

BHS

II B

150a

150a

BH5 II B 150 a



ROYAL ALBION

ROYAL ALBION

ROYAL ALBION

ROYAL ALBION

ROYAL ALBION



ROYAL ALBION

ROYAL ALBION

ROYAL ALBION

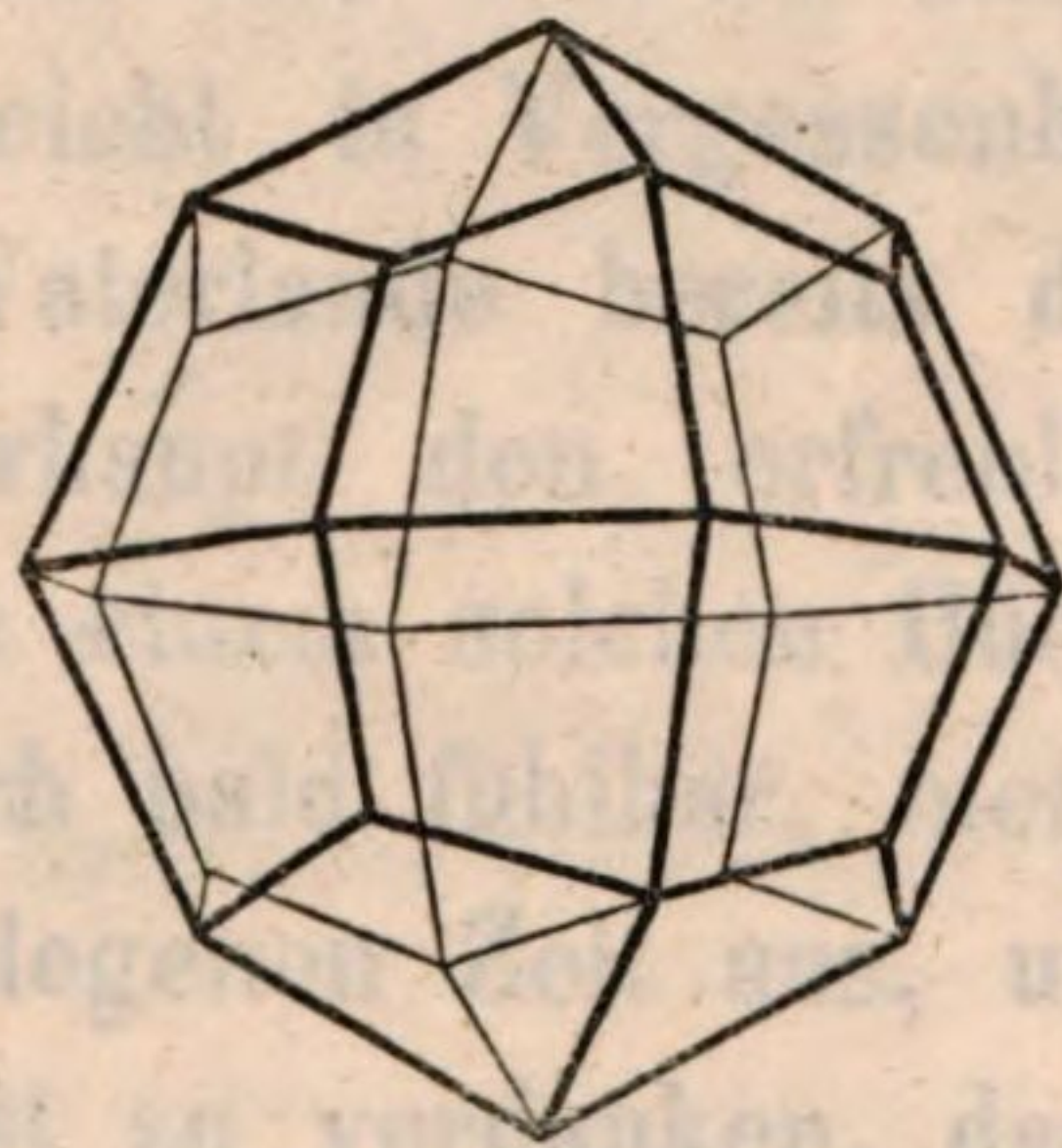
GRUNDLINIEN
der
reinen
KRYSTALLOGRAPHIE.

Eine Anleitung
zum
Studium der mineralischen
Krystallformen

von

Jos. Pečírka,

Doctor der Medicin, Lehrer der Naturgeschichte am Prager akademischen
Gymnasium.



Zweite verbesserte Auflage mit 84 Abbildungen.

PRAG, 1853.

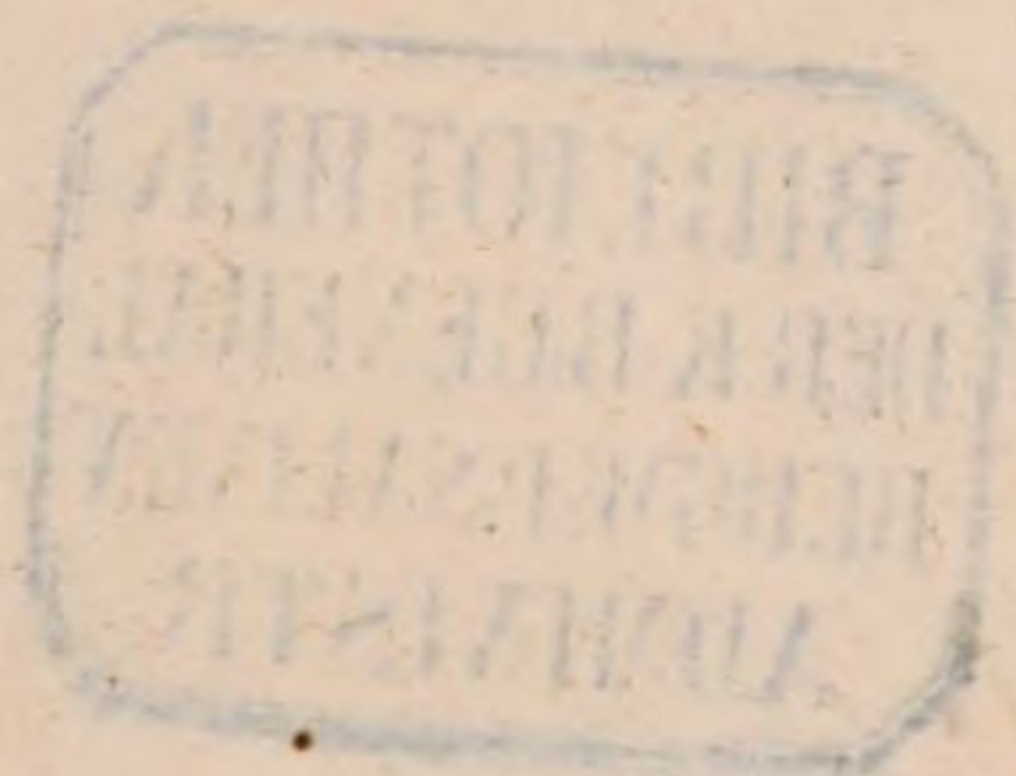
Verlag von Karl André.

511 K.

GRUNDLIEGENDE
der
reinen
KRYSTALLOGRAPHIE.

Erste Abtheilung
vom
Stadium der Mineralien
KrySTALLITOMIE

von
Joh. Friedrich
Doctor der Medicin, Lehrer der Naturgeschichte am k. k. Gymnasium.



Zweite verbesserte Auflage mit 84 Abbildungen.

Bayerische
Staatsbibliothek
München

Verlag von K. Geřábek in Prag.
Druck bei K. Geřábek in Prag.

Vorwort.

Mit diesem Schriftchen liefere ich die zweite, verbesserte Auflage meiner im J. 1848 gedruckten Inauguraldissertation, bei deren Ausgabe ich mich keines anderen Erfolges versah, als dass sie den Weg der meisten Dissertationen gehen, folglich bei der Disputation vertheilt und — vergessen werden würde. Es kam indess anders. Die Vertheilung unterblieb, weil zu jener Zeit die medicinischen Disputationen aufgehoben wurden, und vielleicht eben deshalb, weil das Schriftchen nicht ausgetheilt wurde, kam es auch nicht so leicht in Vergessenheit. Denn in jenen Tagen nahm im Vaterlande bereits der Sinn für Naturwissenschaften überhaupt den erfreulichsten Aufschwung, das Bedürfniss nach einem solchen Büchlein unter den Studirenden machte sich bald fühlbar, meine Dissertation füllte diese Lücke zur gelegenen Zeit aus, und diesen Umständen ist es wohl zunächst zu verdanken, dass gegenwärtige neue Auflage veranstaltet werden konnte, wobei mein ursprünglich gehegter Wunsch, das Büchlein mit Abbildungen zu versehen, durch das Entgegenkommen des Herrn Verlegers seiner Erfüllung zugeführt ward. Dankschuldig muss ich hier anerkennen, dass zu diesen Abbildungen grösstentheils die Muster der vortrefflichen Lehrbücher von Naumann und Haidinger benützt wurden.

Manchen Lesern aber dürften selbst diese vorzüglichen Abbildungen den erwünschten Grad von Deutlichkeit noch nicht bieten; daher verweise ich auf ein sehr wirksames Hilfsmittel in den, von mir herausgegebenen „*Krystallnetzen zu Modellen sämtlicher einfachen Krystallgestalten und einiger Combinationen*“ *). Es sind dies Zeichnungen zerlegter Krystallgestalten, die man auf Pappe spannt, nach den vorgezeichneten Linien ausschneidet und dann zusammenklebt.

Den Inhalt des Schriftchens anlangend, so bekenne ich gleichfalls dankbarst die Benützung der ausgezeichneten Werke von Mohs, Haidinger und Naumann, so wie der in den freien Vorträgen der hochverehrten Professoren Zippe und Reuss von mir gemachten Notizen. Ich habe mich jedoch auch bei dieser zweiten Auflage auf die nothwendigsten Andeutungen beschränkt, um Denjenigen, welche an Krystallmodellen studiren, verständlich und praktisch an die Hand zu gehen, ihnen viel Zeitverlust und Mühe zu ersparen — welche sonst häufig durch fehlerhaft copirte Vortragshefte, die man beim Studiren benützt, verursacht werden — und so in den Studirenden die Lust zum Gegenstande zu erhalten und zu nähren.

Wie schon bei der ersten Auflage gesagt, wiederhole ich auch bei dieser, dass das Werkchen nicht für Gelehrte, sondern für Lernende geschrieben ist, und von diesem Standpunkte möge es beurtheilt werden.

Der Verfasser.

*) Prag 1852 bei Calve, 6 Steindrucktafeln mit Text Pr. 24 kr. oder 8 nGr.

§. 1. Krystalle. Krystallographie.

Krystalle sind starre anorganische Körper von einer wesentlichen und ursprünglichen polyëdrischen Form *).

Das Merkmal der Wesentlichkeit unterscheidet Krystalle von Pseudomorphosen, welche Krystallen ganz ähnlich sind, ohne doch Krystalle zu sein; durch die Ursprünglichkeit unterscheiden sie sich von Spaltungsstücken, welche Krystallen gleichfalls oft sehr ähnlich sind.

Die Form der Krystalle ist entweder eine regelmässige oder symmetrische. Eine regelmässige Krystallgestalt wird immer von gleichen Flächen umschlossen, und ist daher einfach; die symmetrischen Krystalle besitzen zwei- oder mehrerlei unter einander gleiche Flächen; sie sind aus einfachen Gestalten zusammengesetzt, und heissen Combinationen.

Die Lehre von der äusseren Form der Krystalle heisst Krystallographie.

Sie zerfällt in die reine und angewandte.

Die reine Krystallographie betrachtet die Krystalle, wie sie dem Begriffe nach sein sollten, d. i. in ihrer vollkommenen Ausbildung; die angewandte betrachtet sie so, wie sie in der Natur wirklich vorkommen. Die wenigsten Krystalle kommen nämlich vollkommen ausgebildet vor, sehr häufig berühren sich dieselben, und man kann nur einzelne Flächen derselben wahrnehmen, oft ragen nur Stücke der Krystalle aus dem Muttergesteine hervor, ja häufig steht nur das Bruchstück eines Krystalls der Beobachtung zu Gebote.

Das Wort Krystall ist griechischen Ursprungs und bedeutet Eis, weil der Bergkrystall von den Alten für gefrorenes Wasser mochte gehalten werden.

*) Siehe Elemente der Mineralogie, von Prof. Dr. C. F. Naumann. 3. Auflage Seite 3.

§. 2. Begränzungselemente der Krystalle.

Jeder Krystall besitzt äusserlich gewisse Flächen, Kanten und Ecken, welche zusammen die Begränzungselemente desselben bilden.

Ausser diesen Elementen sind jedoch an Krystallen auch noch gewisse mathematische Linien und Flächen äusserst wichtig, die sich an denselben in der Wirklichkeit nicht vorfinden, die man sich daher bloss als wirklich vorhanden vorstellen muss. Dies sind die Axen und Schnitte.

Flächen.

An Krystallen kommen äusserst manigfaltige Flächen vor. Sie sind regelmässig, symmetrisch, halbsymmetrisch oder unregelmässig.

Eine regelmässige Fläche hat gleiche Seiten und Winkel. An Krystallen kommen nur drei solche Flächen vor, und zwar das gleichseitige Dreieck, das regelmässige Viereck oder Quadrat, und das regelmässige Sechseck.

Eine symmetrische Fläche hat entweder gleiche Seiten oder gleiche Winkel. Sind die Seiten gleich, dann wechseln stumpfere und schärfere Winkel in der Lage mit einander ab; sind die Winkel gleich, so wechseln kürzere Seiten mit längeren ab.

Bei halbsymmetrischen Flächen sind entweder nur einzelne gegenüberstehende Seiten und Winkel, oder gegenüberstehende Paare von Seiten und Winkeln gleich.

Unregelmässige Flächen kommen am häufigsten an Krystallen vor, meist jedoch nur an Combinationen. An einfachen Gestalten findet man nur das ungleichseitige Dreieck oder Skalen, und das ungleichseitige Viereck oder das Trapezoid.

Flächen, die einander gleich und ähnlich sind, nennt man gleichnamige Flächen.

Um eine richtige Uebersicht der Flächen zu gewinnen, stellt man sich dieselben in gewisse Reihen in der Art zusammen, wie eine Fläche aus der andern abgeleitet wird. Bei jeder Reihe dient irgend eine Fläche als die Grundfläche, und alle Flächen, die sich aus ihr ableiten lassen, bilden mit ihr eine, im natürlichen Zusammenhange stehende Reihe. Solcher Reihen von Flächen gibt es sechs, und zwar:

Die trigonale Reihe. Sie enthält das gleichseitige Dreieck, und alle von demselben abgeleiteten, d. i. solche Flächen, in welche

man ein gleichseitiges Dreieck einschreiben kann. Einschreiben bedeutet: gleiche Punkte verbinden. In diese Reihe gehören also:

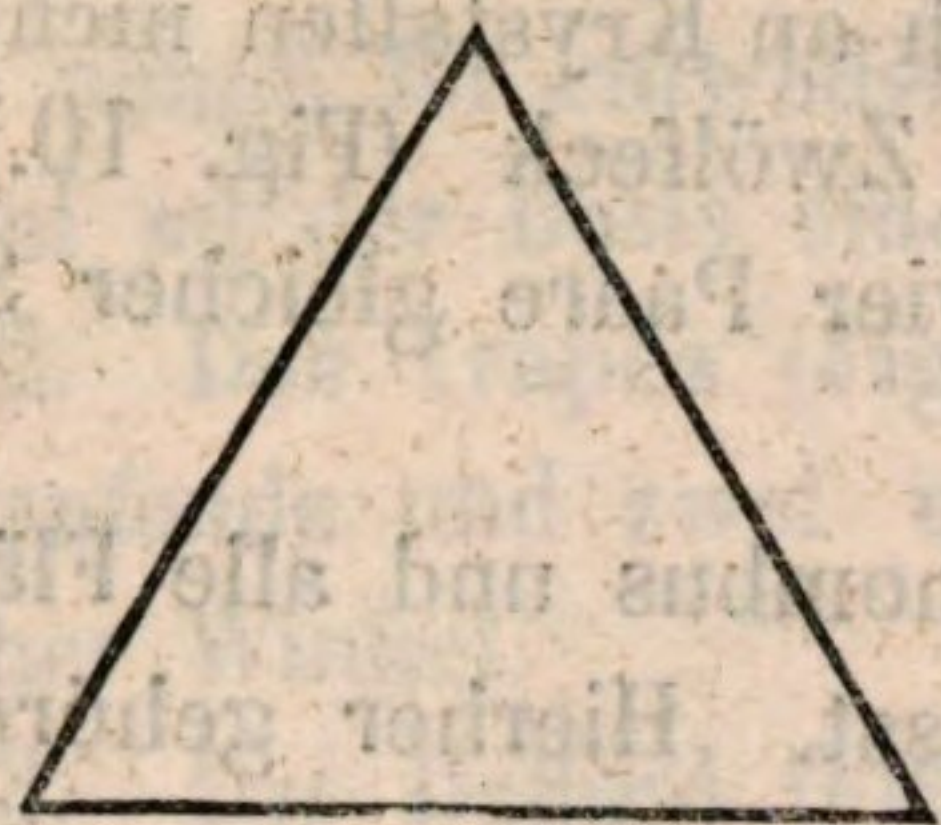


Fig. 1.

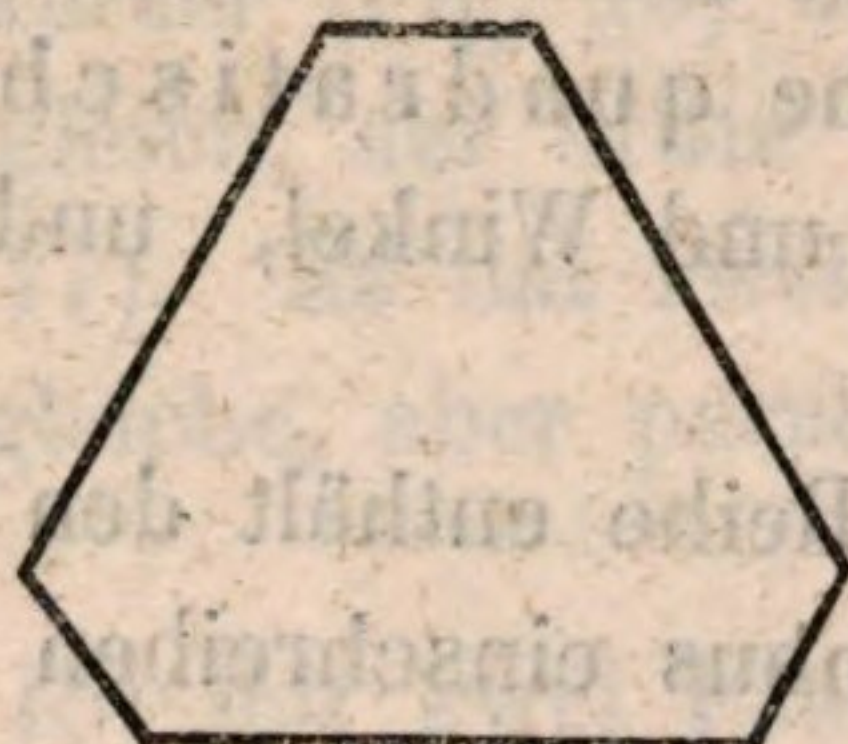


Fig. 2.



Fig. 3.

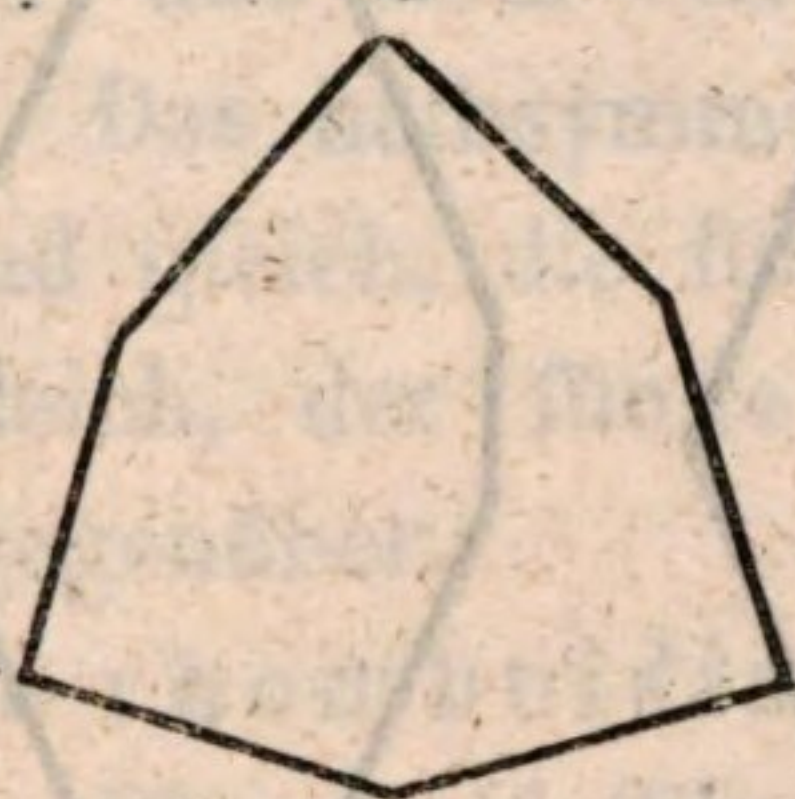


Fig. 4.

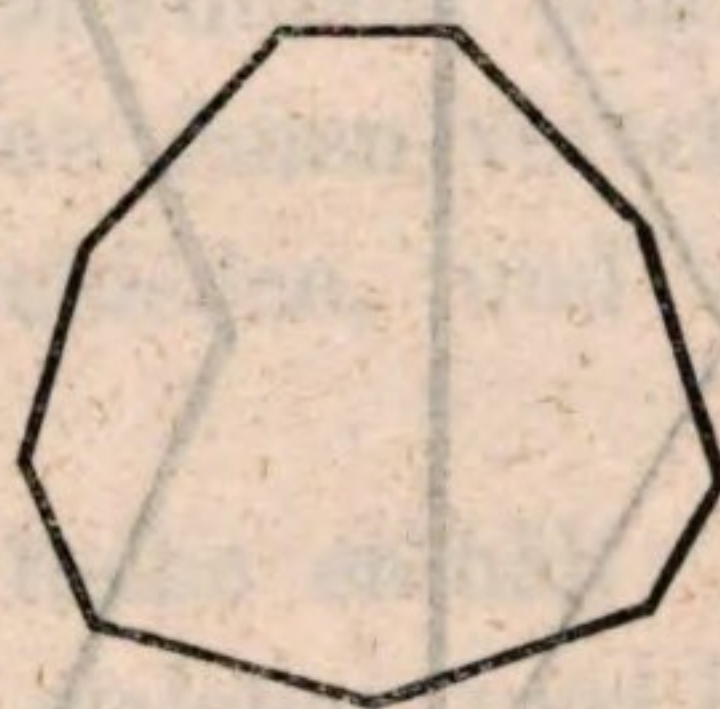


Fig. 5.

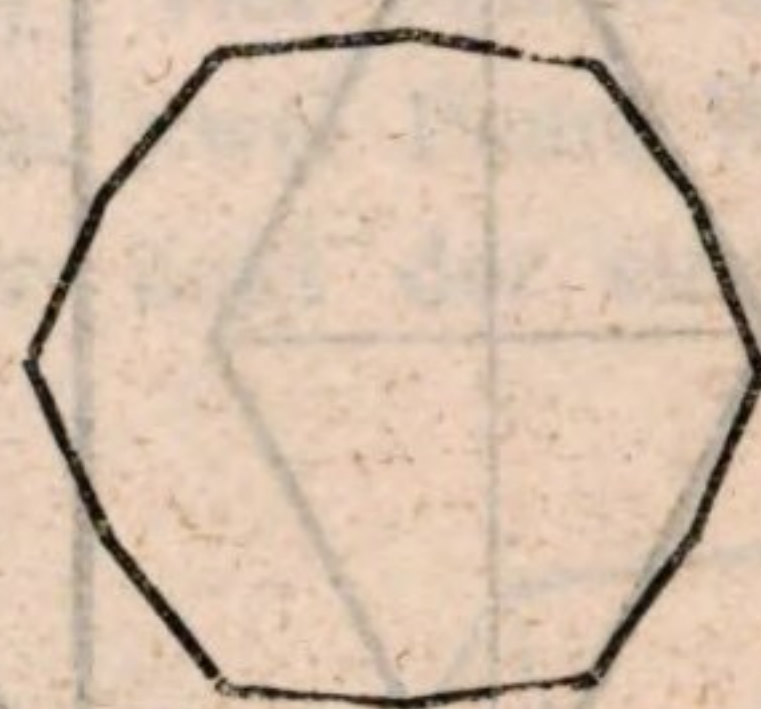


Fig. 6.

1. Das gleichseitige Dreieck (Fig. 1). Es hat gleiche Seiten und Winkel.

2. Das symmetrische, gleichwinklige Sechseck (Fig. 2). Es hat gleiche Winkel und abwechselnd gleiche Seiten.

3. Das regelmässige Sechseck (Fig. 3) mit gleichen Seiten und gleichen Winkeln.

4. Das symmetrische gleichseitige Sechseck (Fig. 4) mit gleichen Seiten und abwechselnd gleichen Winkeln.

5. Das symmetrische Neuneck (Fig. 5) mit drei gleichen Seiten und Winkeln, und drei Paaren gleicher Seiten und Winkel.

6. Das symmetrische trigonale Zwölfeck (Fig. 6) mit gleichen Seiten und abwechselnd gleichen Winkeln.

Die quadratische Reihe enthält das Quadrat, und alle von ihm abgeleiteten, d. i. solche Flächen, in welche ein Quadrat eingeschrieben werden kann. Hierher gehören:

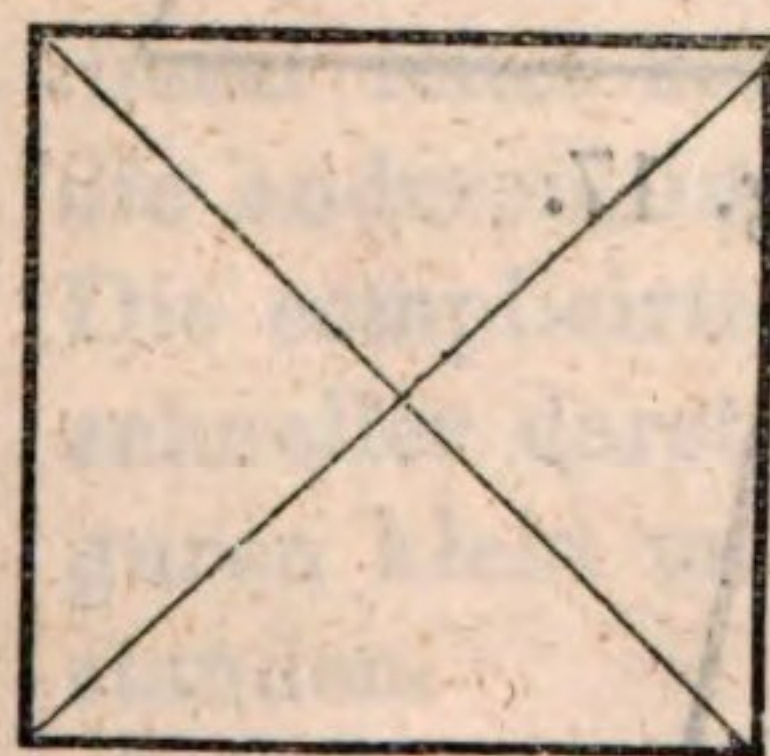


Fig. 7.

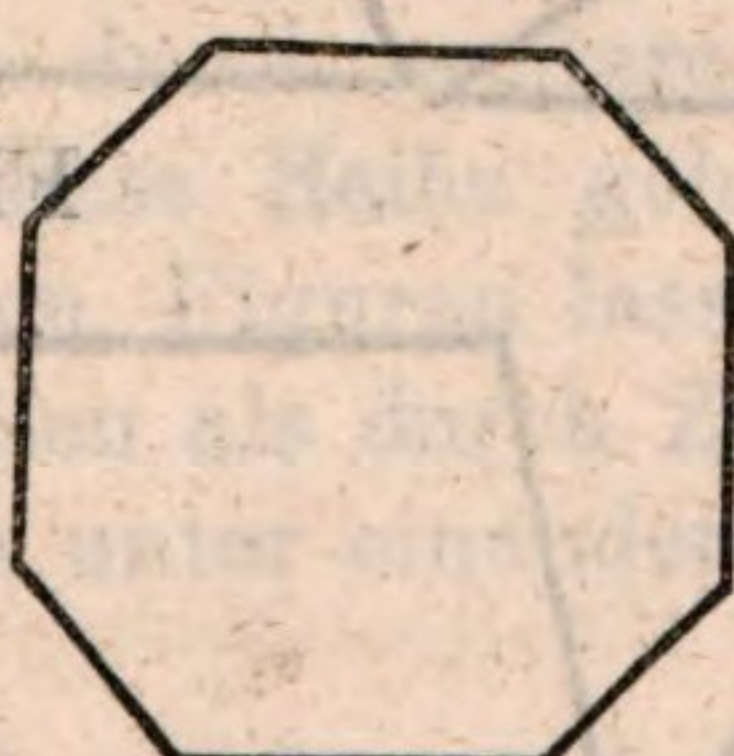


Fig. 8.



Fig. 9.

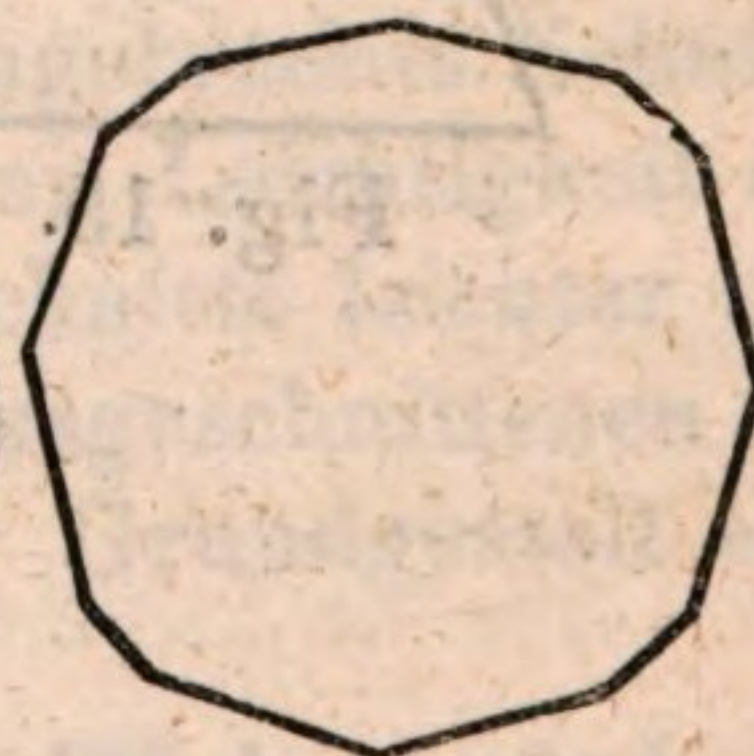


Fig. 10.

1. Das Quadrat (Fig. 7) mit gleichen Seiten und Winkeln.

2. Das symmetrische gleichwinklige Achteck, (Fig. 8) mit gleichen Winkeln und abwechselnd gleichen Seiten.

3. Das symmetrische gleichseitige Achteck (Fig. 9) mit gleichen Seiten und abwechselnd gleichen Winkeln.

Das regelmässige Achteck findet sich an Krystallen nicht vor.

4. Das symmetrische quadratische Zwölfeck (Fig. 10.) Es hat vier gleiche Seiten und Winkel, und vier Paare gleicher Seiten und Winkel.

Die rhombische Reihe enthält den Rhombus und alle Flächen, in welche sich der Rhombus einschreiben lässt. Hierher gehören:

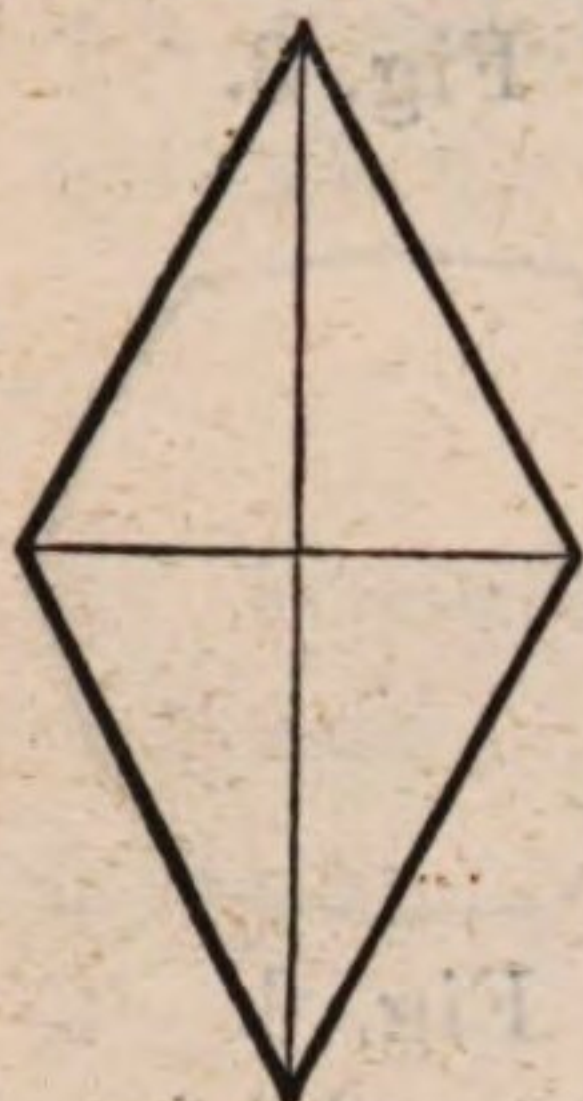


Fig. 11.

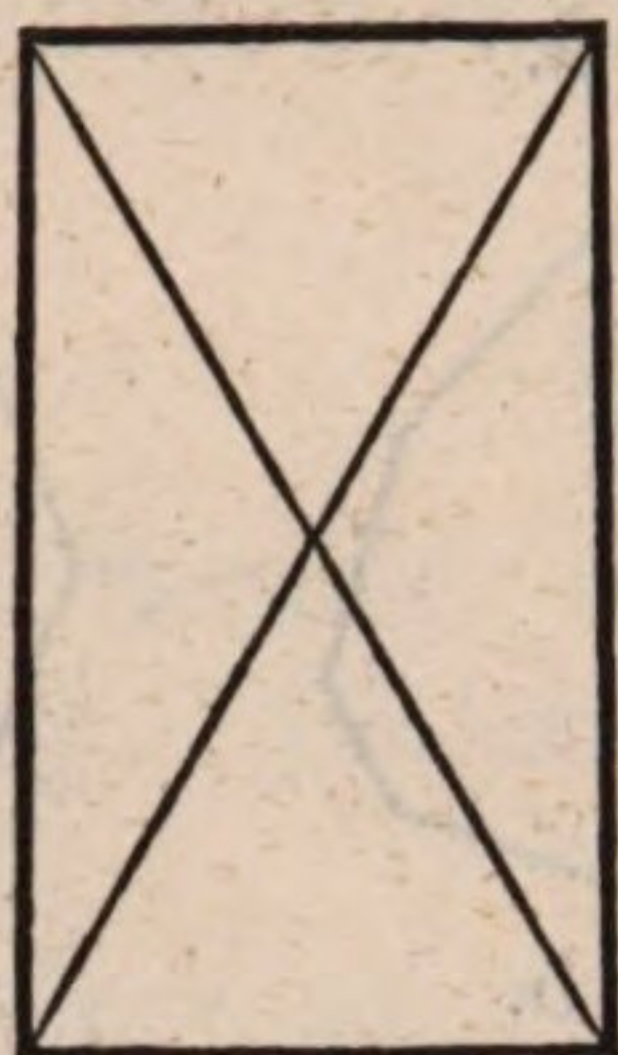


Fig. 12.



Fig. 13.



Fig. 14.

1. Der Rhombus (Fig. 11). Er hat gleiche Seiten, von den Winkeln aber sind nur die gegenüberliegenden gleich.

2. Das Rechteck (Fig. 12.) Es hat gleiche Winkel, von den Seiten aber sind nur die parallelen gleich.

3. Die halbsymmetrischen Sechsecke (Fig. 13), Achtecke (Fig. 14) Zehn-, Zwölfecke, bei denen die Seiten oder Winkel nur einzeln oder paarweise und gegenüberstehend gleich sind.

Die deltoidische Reihe enthält das gleichschenklige Dreieck, und alle von ihm hergeleiteten Flächen. Hierher gehören:

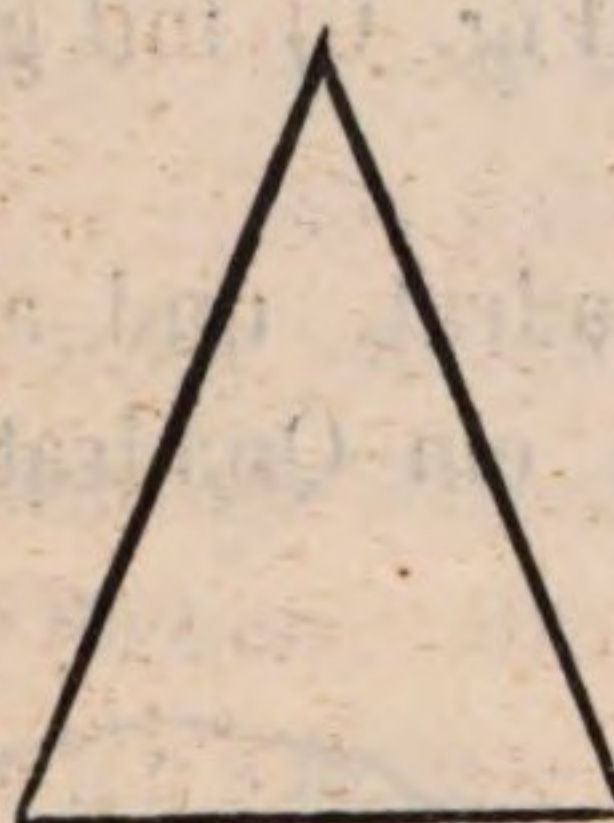


Fig. 15.

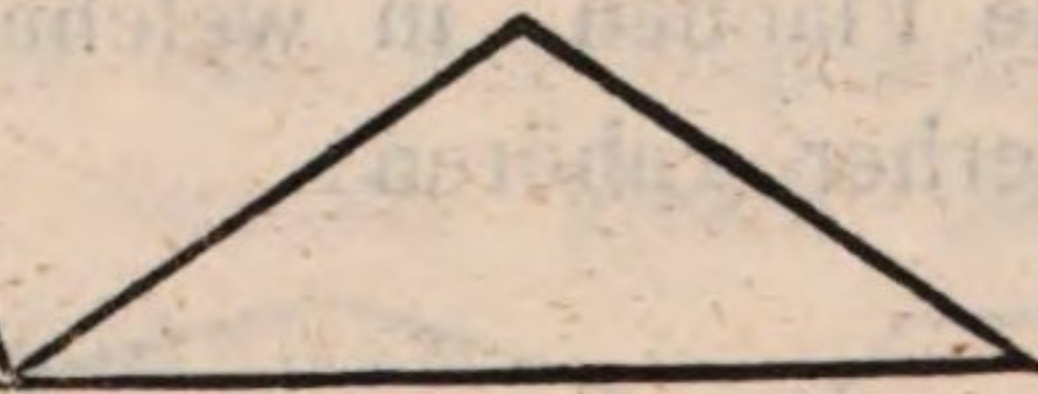


Fig. 16.

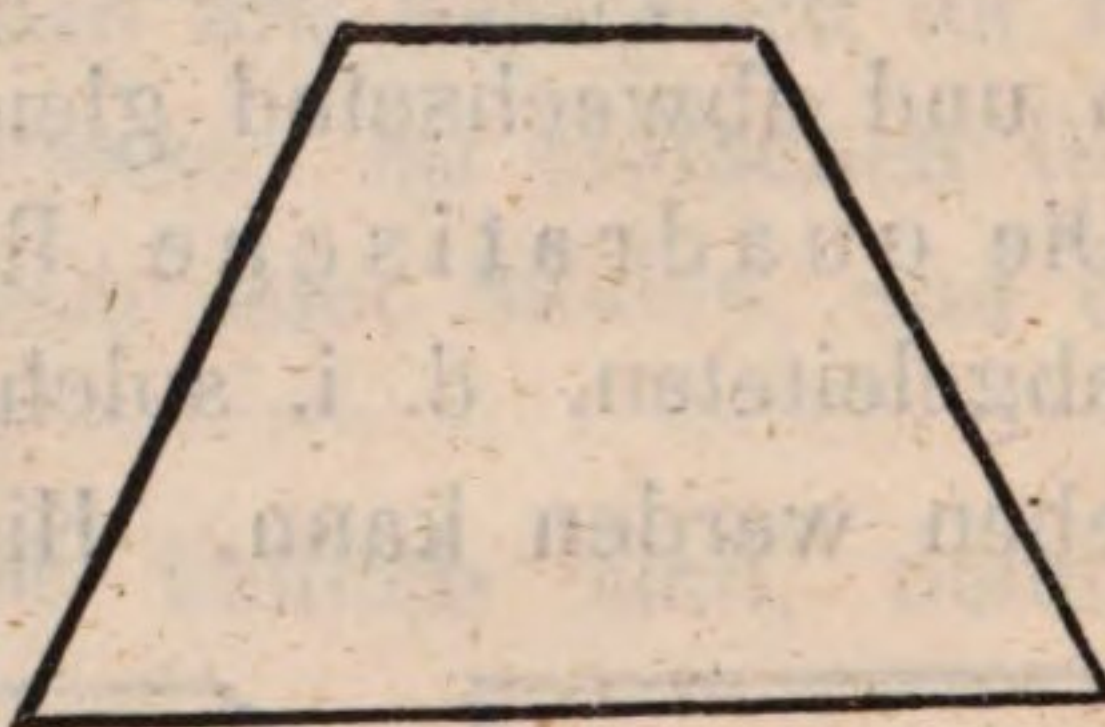


Fig. 17.

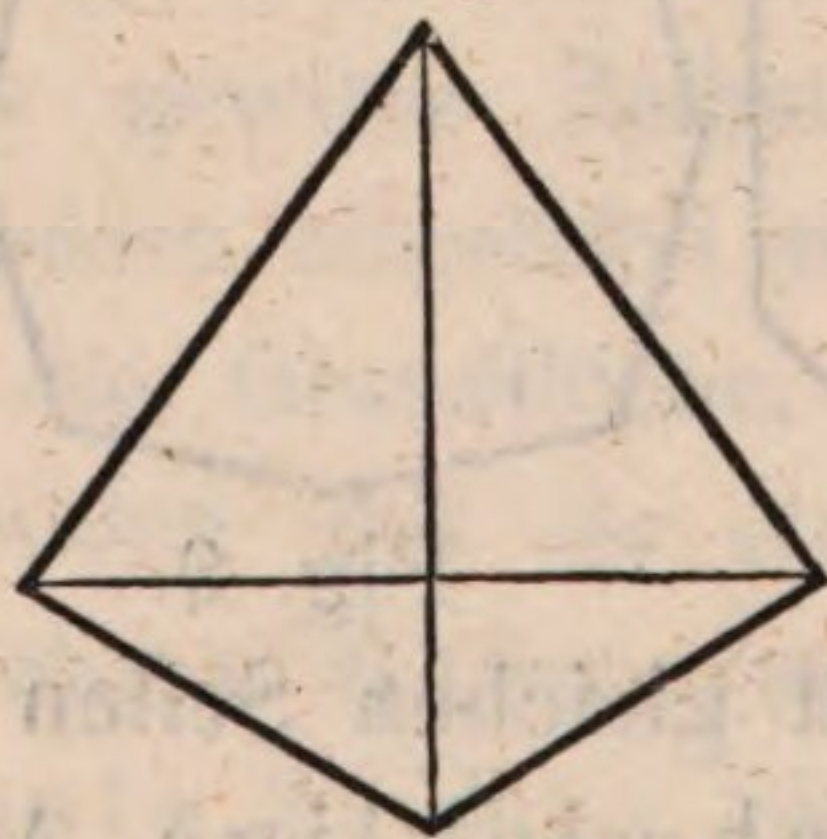


Fig. 18.

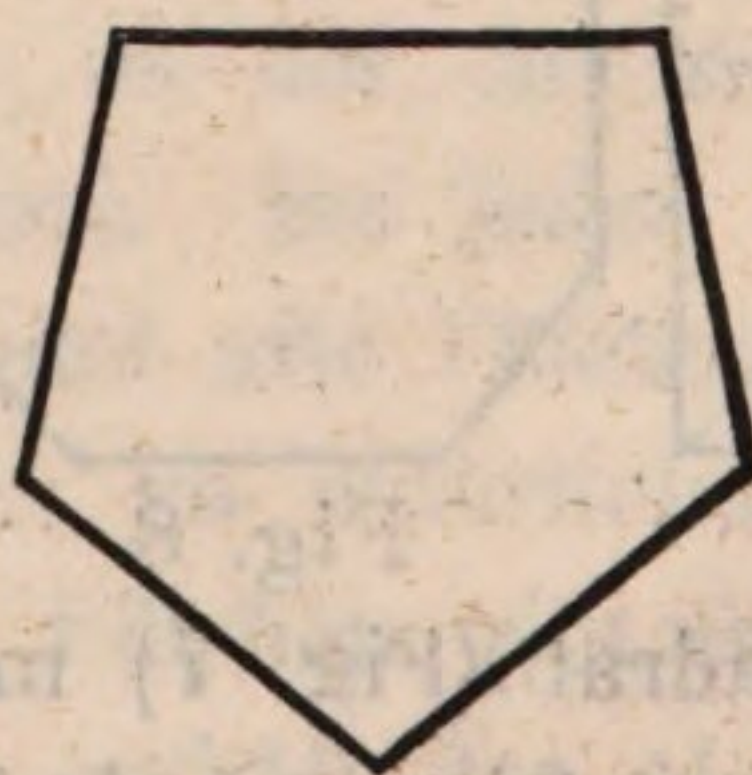


Fig. 19.

1. Das gleichschenklige Dreieck (Fig. 15. 16). Zwei Seiten, die man Schenkel nennt, sind gleich, und die dritte, welche man Basis nennt, ist entweder kürzer (Fig. 15) oder länger (Fig. 16). Die Winkel an der Basis sind gleich, der dritte verschieden.

2. Das Trapez (Fig. 17). Es hat zwei gleiche, aber aus einander laufende und zwei ungleiche, aber parallele Seiten und 2 Paare gleicher Winkel.

3. Das Deltoid (Fig. 18) mit zwei Paaren gleicher Seiten, zwei gleichen und zwei von diesen und unter sich verschiedenen Winkeln.

4. Das halbsymmetrische Fünfeck (Fig. 19.) Vier Seiten desselben sind gleich, die fünfte von ihnen verschieden, zwei Paare Winkel sind gleich, der fünfte verschieden, und dieser liegt der einzelnen Seite gegenüber.

Die rhomboidische Reihe enthält:

Das Rhomboid (Fig. 20), welches zwei Paare gleicher, paralleler Seiten und zwei Paare gleicher Winkel hat. Zu dieser Reihe gehören noch einige halbsymmetrische Sechse, Acht-, Zehn-, Zwölfecke, die sich von dem Rhomboid ableiten lassen.

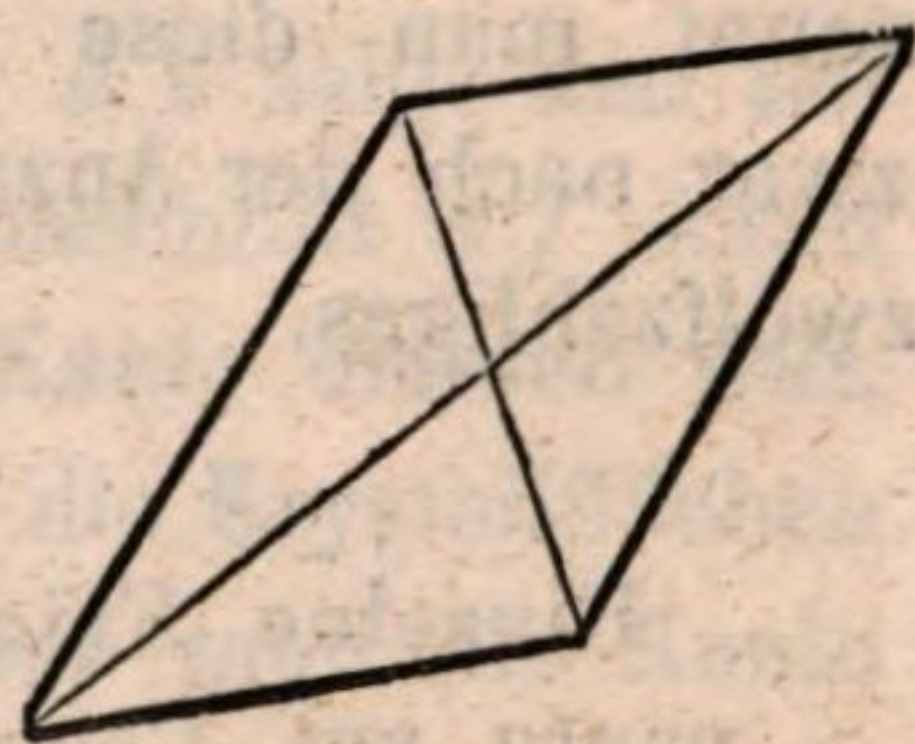


Fig. 20.

Die trapezoidische Reihe enthält:

1. Das ungleichseitige Dreieck, (Fig. 21), dessen Seiten und Winkel sämtlich verschieden sind.

2. Das Trapezoid (Fig. 22). Es hat lauter ungleich lange Seiten und Winkel, oder höchstens zwei gleiche Seiten und ungleiche Winkel.

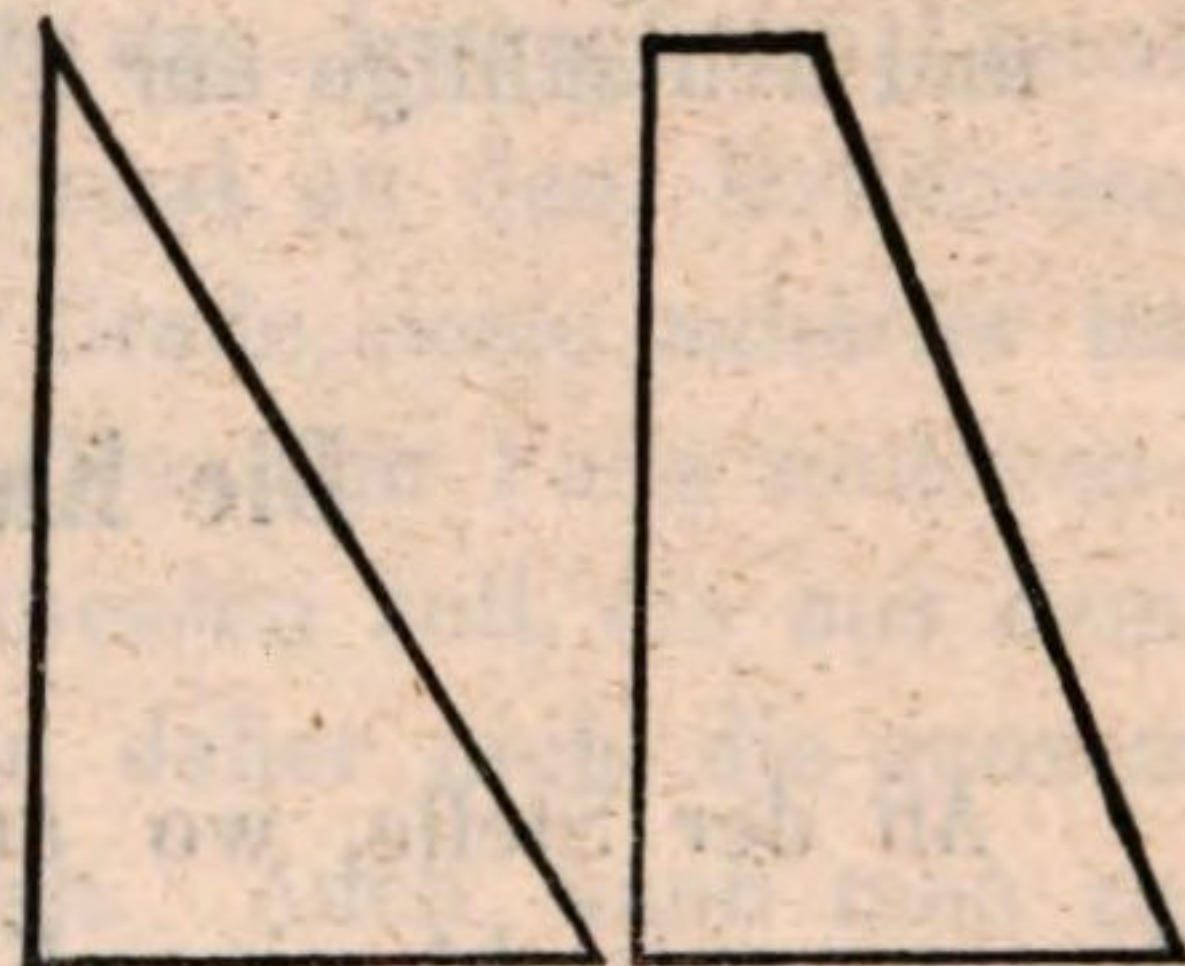


Fig. 21.

Fig. 22.

Um sich diese Reihen gut zu versinnlichen, kann man die einzelnen Flächen neben einander oder unter einander zeichnen, oder man schneidet aus Papier zu jeder Reihe die Grundgestalt, und aus dieser leitet man durch weitere, gleichförmig angebrachte Schnitte die anderen, in diese Reihe gehörigen Flächen mit Leichtigkeit ab. Die complicirteren Figuren lassen sich durch Schnitte leichter und schneller darstellen als durch Zeichnung. Die ausgeschnittenen Figuren klebt man unter einander, wie sie aus der Grundgestalt entstanden.

Bei manchen, besonders bei den vierseitigen Flächen sind die Diagonalen zuweilen von Wichtigkeit. Die Diagonale ist eine gerade Linie, welche zwei gegenüberliegende Winkel verbindet. Jedes Viereck hat zwei solche Diagonalen; beim Quadrate (Fig. 7.), Recht-

ecke (Fig. 12) und dem Trapeze sind sie gleich; beim Rhombus (Fig. 11), Deltoid (Fig. 18), Rhomboid (Fig. 20) und Trapezoid ist eine länger, die andere kürzer; beim Deltoid heisst ausserdem jene Diagonale, welche die gleichen Winkel verbindet, die horizontale und die andere die verticale.

Ausser der Gestalt der Flächen ist auch ihre Anordnung an den Krystallen wohl zu berücksichtigen. Die Flächen sind an Krystallen häufig so gestellt, dass eine jede ihre besondere Lage hat, d. h. sie liegen einzeln. Wenn aber an einem Krystalle je zwei gleiche Flächen beisammen liegen, so dass sie eine besondere Kante bilden, so nennt man sie Flächenpaare; sind mehr als zwei Flächen um einen gemeinschaftlichen Punkt symmetrisch gestellt, so nennt man diese Flächen zusammen ein Flächensystem, und zwar nach der Anzahl der Flächen ein dreizähliges, vier-, sechs-, acht-, zwölfzähliges.

Einzelne Flächen kommen am Würfel vor, (Fig. 24); Flächenpaare am Pentagonal-dodekaeder, (Fig. 35); Flächensysteme, und zwar dreizählige am oktaëdrischen Trigonalikositetraeder, (Fig. 28); vierzählige am hexaëdrischen Trigonalikositetraeder, (Fig. 27); sechs- und achtzählige am Tetrakontaoktaeder (Fig. 30).

Die Kanten und ihre Messung.

An der Stelle, wo an einem Krystalle zwei Flächen zusammenstossen, entsteht eine Kante. An den Kanten unterscheidet man ihre Grösse und Länge.

Die Grösse der Kante ist jener Winkel, unter welchem die beiden Flächen, welche die Kante bilden, zusammenstossen, und dieser Winkel ist an Kanten gleicher Krystalle, oder an gleichen Kanten desselben Krystalles unveränderlich.

Man bestimmt die Grösse der Kanten ebenso wie die Grösse der Winkel nach Graden, Minuten, Secunden. Die Grösse der Kanten wird mit dem Gonyometer gemessen, und zwar an kleinen Krystallen mit dem Reflexionsgonyometer, an grösseren mit dem Anlegegonyometer.

Das gewöhnliche oder Anlegegonyometer ist ein metallener Halbkreis in Grade von 1—180 eingetheilt. An diesem Halbkreise sind zwei bewegliche Lineale angebracht. Das eine $a b$ ist mit beiden Enden des Halbkreises in der Art in Verbindung, dass es mittelst eines Ausschnittes verschoben werden kann; das andere $c d$ ist um die Axe des Instrumentes be-

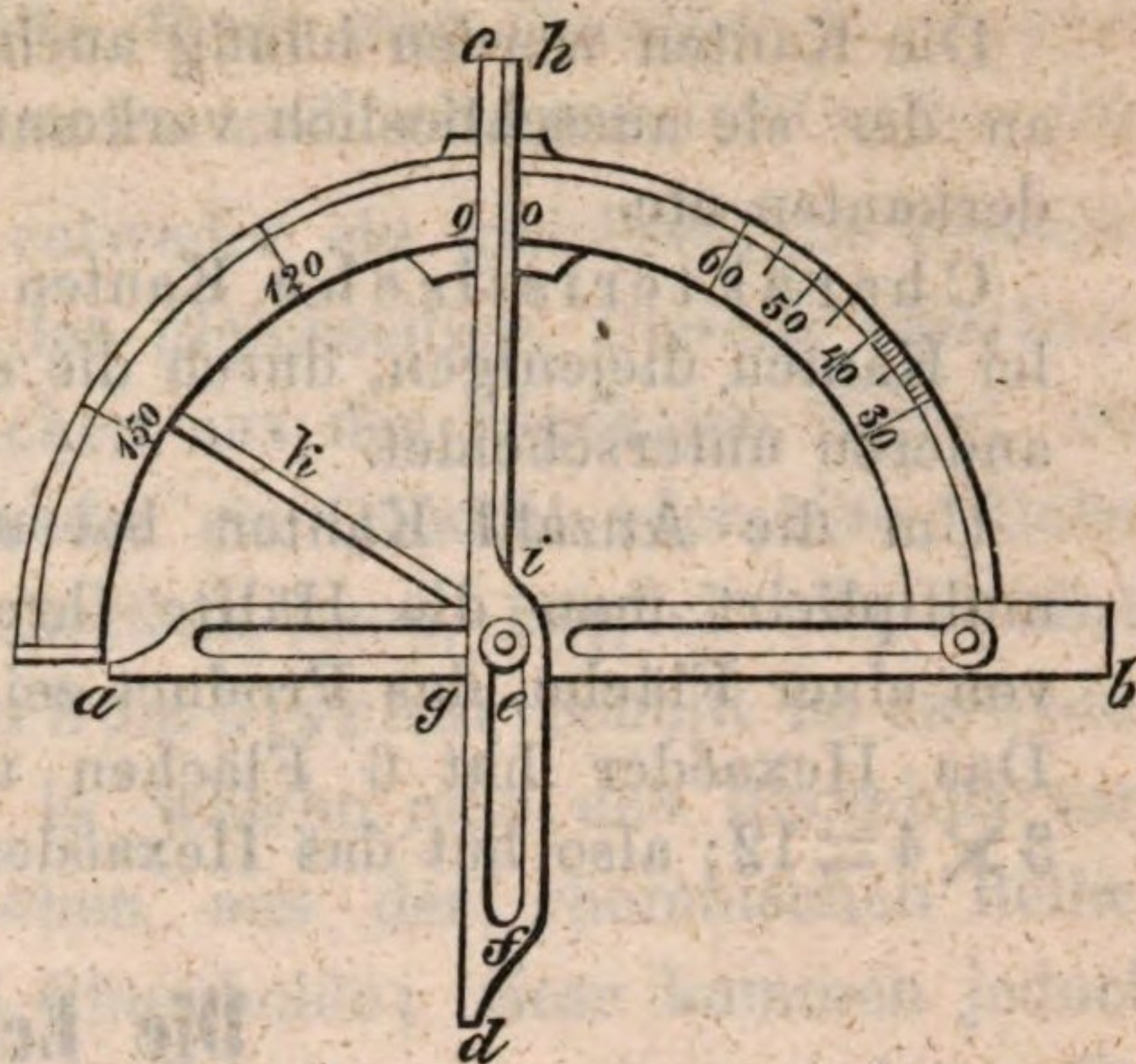


Fig. 23.

weglich, und reicht wie ein Zeiger an der Uhr bis zu den Zahlen am Halbkreise. Die scharfe Leiste dieses Lineals $h i$ zeigt den betreffenden Grad am Halbkreise, und durch den Ausschnitt $e f$ kann dieses auch verschoben werden. Wenn man eine Kante messen will, so müssen die Lineale mit den schmalen Seiten auf die Krystallflächen genau gelegt werden, welche die Kante bilden, wobei man die Kante horizontal, und das Instrument senkrecht hält. Wenn nun die Lineale genau anliegen, so bezeichnet der Winkel, den sie in diesem Zustande bilden, die Grösse der Kante, und diese zeigt das bewegliche Lineal an dem Halbkreise. Je mehr Grade das Lineal an dem Halbkreise zeigt, desto stumpfer ist die Kante, je weniger Grade, desto schärfer ist die Kante. Die Verschiebung der Lineale ist in dem Falle nothwendig, wenn man an solchen Krystallen Kanten messen soll, die aus dem Muttergesteine nicht frei hervorragen, wo man daher nicht die ganzen Lineale anlegen kann, sondern bloß ihre Enden. Auch kann man zu diesem Behufe eine Hälfte des Halbkreises zurück biegen, damit sie die Messung nicht hindere. Man schiebt nämlich die Leiste k seitwärts und biegt den Viertelkreis zurück.

Die Länge der Kante misst man mit dem gewöhnlichen Längenmasse, wenn es nothwendig ist.

Gleich lange und gleich grosse Kanten sind gleich oder gleichnamig; sind aber zwei Kanten nur gleich lang, aber nicht gleich gross; oder nur gleich gross, aber nicht gleich lang, so sind sie nicht gleich.

Symmetrische Kanten heissen jene, die von gleichen Flächen gebildet sind, und in gleichen Ecken endigen; alle anderen Kanten sind unsymmetrisch.

Die Kanten werden häufig auch nach der Krystallgestalt benannt, an der sie ausschliesslich vorkommen z. B. Hexaëderkanten, Oktaëderkanten etc.

Charakteristische Kanten sind an einer Gestalt von zweierlei Kanten diejenigen, durch die sich eben diese Krystallgestalt von anderen unterscheidet.

Um die Anzahl Kanten bei einer Gestalt schnell zu erfahren, multiplicirt man die Hälfte ihrer Flächen mit der Anzahl Seiten von einer Fläche, das Product zeigt die Anzahl der Kanten. z. B. Das Hexaëder hat 6 Flächen und eine Fläche 4 Seiten, daher $3 \times 4 = 12$; also hat das Hexaëder 12 Kanten.

Die Ecken.

Durch das Zusammenstossen von wenigstens drei Flächen entsteht eine Ecke, daher kann es drei-, vier-, sechs-, achtflächige u. s. w. Ecken geben. Eine jede Ecke hat eben so viele Kanten als Flächen, nur können die von gleichen Flächen gebildeten Kanten entweder gleich sein oder verschieden.

Sind die Kanten einer Ecke gleich, so nennt man sie gleichkantig und sie ist regelmässig, sind dieselben abwechselnd gleich, so nennt man sie zweierleikantig und sie ist symmetrisch, alle anderen Ecken sind unsymmetrisch daher dreierlei-, viererleikantig u. s. w.

Wenn man die Anzahl Flächen und Kanten an einem Krystalle weiss, so kann man die Ecken nach der Formel: $E + F = K + 2$ leicht berechnen. E bedeutet hier die Anzahl der Ecken, F die Anzahl der Flächen K die Anzahl der Kanten.

§. 3. Die Schnitte.

Der Schnitt ist eine Ebene, welche man sich symmetrisch durch irgend einen Krystall gelegt vorstellt.

Symmetrisch ist eine Ebene durch den Krystall gelegt, wenn sie zu allen gleichen Punkten gleich geneigt ist.

Die Schnitte stellen wir uns entweder vor, oder führen sie an Krystallmodellen wirklich aus.

Die Schnitte sind entweder Haupt- oder Querschnitte.

Ein Hauptschnitt geht durch die Mitte des Krystalls, und theilt ihn in zwei gleiche Hälften, schneidet jedoch keine Kante quer durch, jeder andere Schnitt ist ein Querschnitt.

Der Mittelquerschnitt geht auch durch die Mitte des Krystalls, und theilt ihn in zwei gleiche Hälften.

Nach der Gestalt der Schnitte theilt man dieselben in trigonale, quadratische, rhombische und rhomboidische ein.

Ein trigonaler Schnitt ist entweder ein gleichseitiges Dreieck, oder eine Fläche, in welche man das gleichseitige Dreieck einschreiben kann, und dies sind alle Flächen aus der trigonalen Reihe; ein quadratischer Schnitt ist entweder ein Quadrat oder eine Fläche, in welche man ein Quadrat einschreiben kann, folglich alle Flächen aus der quadratischen Reihe; ein rhombischer Schnitt ist entweder ein Rhombus, oder eine Fläche, in welche man den Rhombus verzeichnen kann, folglich alle Flächen aus der rhombischen Reihe; rhomboidische Schnitte sind Rhomboide; diese kommen jedoch nur an wenigen Gestalten vor, und Schnitte von einer anderen Gestalt werden in der Krystallographie gar nicht berücksichtigt.

§. 4. Die Axen.

Die Axe ist eine gerade Linie, welche durch die Mitte des Krystalles geht, und sich in zwei bestimmten gleichen Punkten endiget.

Diese Punkte sind entweder gegenüberliegende regelmässige oder symmetrische Ecken, oder Mittelpunkte von parallelen regelmässigen oder symmetrischen Flächen, oder Mittelpunkte von symmetrischen Kanten. Niemals endigen sich Axen in unsymmetrischen Kanten und Ecken, oder in halb symmetrischen und unregelmässigen Flächen.

Die Axen können wir uns entweder vorstellen, oder man durchsticht Modelle an den bezeichneten Punkten mit dünnen Stiften, welche dann die Axen darstellen.

Die Axe steht immer senkrecht auf allen zu ihr gehörigen Schnitten, und geht gerade durch ihre Mittelpunkte. Sie wird benannt nach den Schnitten, die zu ihr gehören.

Die trigonale Axe steht senkrecht auf trigonalen, die quadratische auf quadratischen, und die rhombische auf rhombischen oder rhomboidischen Schnitten.

Auch kann man sagen: Zur trigonalen Axe gehören trigonale, zur quadratischen quadratische, und zur rhombischen rhombische oder rhomboidische Schnitte.

Die trigonalen und quadratischen Axen heissen Hauptaxen, weil die Schnitte, welche zu ihnen gehören, entweder regelmässige oder solche Flächen sind, in welche man regelmässige Flächen einschreiben kann; die rhombischen Axen nennt man Nebenaxen, weil die

zu ihnen gehörigen Schnitte nur symmetrische oder halbsymmetrische Flächen sind.

Manche Krystalle haben alle diese Axen, andere haben blos zweierlei, und noch andere blos einerlei Axen.

§. 5. Die Stellung der Krystalle.

Ein Krystall steht aufrecht, wenn eine Hauptaxe aufrecht steht; daher können auch jene Krystalle, die mehrere Hauptaxen haben, auf mehrfache Weise aufrecht gestellt werden. Um Krystalle mit einander zu vergleichen, stellt man sie parallel. Zwei oder mehrere Krystalle stehen parallel, wenn ihre Axen und Flächen parallel stehen.

Stellt man einen Krystall aufrecht und fällt von den seitlichen Ecken Perpendikel auf eine unterliegende Fläche, verbindet dann die Endpunkte der Perpendikel durch Linien, so entsteht eine Fläche, welche man die horizontale Projection nennt. Fällt man hingegen auf eine, hinter dem Krystall befindliche senkrechte Wand dergleichen Perpendikel, und verbindet ihre Endpunkte, so entsteht der perpendiculäre Aufriss.

§. 6. Die Beschreibung der Krystalle.

Um einen Krystall zu beschreiben, muss man ihn zuerst aufrecht stellen und dann ruhig halten.

Wenn man bei der Beschreibung eines Krystalls das Modell nicht aufrecht hält, so gewinnt man keine Uebersicht seiner Flächen, Kanten und Ecken. Man braucht den Krystall nicht viel herum zu wenden, denn er ist ohnehin regelmässig oder symmetrisch gebildet, daher ist die untere Partie ähnlich der oberen die hintere der vorderen, die linke der rechten.

Hierauf gibt man an, von wieviel Flächen der Krystall umschlossen ist, was es für Flächen sind und wie sie liegen, ob einzeln, oder in Paaren, oder Systemen.

Nach den Flächen bestimmt man, wieviel der Krystall Kanten hat, und ob dieselben gleich sind oder nicht. Sind sie nicht gleich, so gibt man an, wie vielerlei Kanten vorhanden sind; dann bestimmt man die Anzahl der längeren, der kürzeren, der mittleren Kanten, und gibt an, welche grösser und welche kleiner sind.

Die Ecken werden der Zahl und Art nach angegeben. Sind alle gleich, so bestimmt man, wie vielflächig und wie vielerlei kantig dieselben sind z. B. dreiflächig, gleichkantig — oder drei-

flächig, zweierleikantig — oder vierflächig, zweierlei-, dreierleikantig u. s. w.

Wenn mehrere Arten Ecken vorhanden sind, so wird dasselbe von jeder Art angegeben.

Nach den Ecken bestimmt man die Axen, und zwar wieviel, und was für Axen vorhanden sind, ob nämlich trigonale, quadratische oder rhombische, und wieviel von einer jeden Art. Mit was für Axen man es zu thun hat, erkennt man an den Schnitten, die zu ihnen gehören, welche daher ebenfalls bestimmt werden müssen.

Combinationen werden nicht beschrieben, sondern nur entwickelt, d. h. es wird von jeder Combination angegeben, aus welchen einfachen Gestalten sie zusammengesetzt ist. Wieviel einfache Gestalten in einer Combination vereinigt sind, erkennt man an ihren Flächen; so vielerlei Flächen nämlich die Combination hat, aus so viel einfachen Gestalten besteht sie.

§. 7. Die Krystallsysteme.

Alle Krystallgestalten reihen sich nach der Anzahl und der Beschaffenheit ihrer Axen in mehrere von einander unabhängige Gruppen, die man Krystallsysteme nennt.

1. Es gibt Krystalle, bei denen 13 oder 7 Axen vorkommen, unter denen sich mehrere Hauptaxen befinden. Man nennt sie vielaxige Gestalten und sie bilden zusammen das tessularische Krystallsystem.

Die übrigen Krystallgestalten haben entweder bloß eine Hauptaxe, oder diese fehlt gänzlich, so dass eine Nebenaxe zur Hauptaxe erhoben werden muss. Alle diese Gestalten heißen einaxige Gestalten und gehören in die folgenden Systeme.

2. Alle Krystalle mit 4 Axen, von denen eine die trigonale Hauptaxe ist, die übrigen 3 aber Nebenaxen sind, gehören in das trigonale oder rhomboëdrische Krystallsystem.

3. Alle Krystalle mit 3 Axen, von denen eine die quadratische Hauptaxe ist, die übrigen 2 aber Nebenaxen, bilden das quadratische oder pyramidale Krystallsystem.

4. Alle Krystalle mit 3 rhombischen Axen bilden das rhombische Krystallsystem. Wenn diese 3 Axen senkrecht auf einander stehen, so gehören die Gestalten in das eigentlich rhombische oder orthotype Krystallsystem.

Stehen jedoch nur 2 dieser Axen auf einander senkrecht und die dritte ist gegen eine von ihnen geneigt, so wird dadurch das hemi-

orthotype Krystallsystem charakterisirt. Stehen endlich alle drei Axen schief auf einander, so bilden sie den Charakter des anorthotypen Systems.

Wenn man nun das letzte und vorletzte System als selbständige Krystallsysteme betrachtet, so kommen sechs Krystallsysteme heraus, nämlich:

1. Das tessularische mit mehreren Hauptaxen;
2. das rhomboedrische mit einer Hauptaxe und drei gleichen Nebenaxen;
3. das pyramidale mit einer Hauptaxe und zwei gleichen Nebenaxen;
4. das orthotype mit drei Nebenaxen,
5. das hemiorthotype mit drei Nebenaxen, von denen eine schief steht, und
6. das anorthotype mit drei schief stehenden Nebenaxen.

Bennenung der Systeme bei Mohs, Haidinger und Naumann.

Mohs.	Haidinger.	Naumann.
1. Tessularisch.	Tessularisch.	Tesseral.
2. Rhomboëdrisch.	Rhomboëdrisch.	Hexagonal.
3. Pyramidal.	Pyramidal.	Tetragonal.
4. Orthotyp.	Prismatisch.	Rhombisch.
5. Hemiorthotyp.	Augitisch.	Monoklinoëdrisch.
6. Anorthotyp.	Anorthisch.	Triklinoëdrisch.

§. 8. Das tessularische Krystallsystem.

Dieses System charakterisirt sich dadurch, dass alle in dasselbe gehörigen Krystallgestalten mehrere Hauptaxen und Nebenaxen besitzen. Da aber diese Gestalten im Verhältnisse auf ihre Flächenzahl und Ableitung in vollflächige und halbflächige zerfallen, so folgt daraus, dass sich die Axen bezüglich ihrer Anzahl und Beschaffenheit bei den Gestalten dieser beiden Abtheilungen verschieden verhalten müssen.

In der That findet man bei den vollflächigen oder holoëdrischen Gestalten 13 Axen, und bei den halbflächigen oder hemiëdrischen Formen blos 7 Axen, deren Beschaffenheit bei der Beschreibung der Gestalten ersichtlich gemacht ist.

Verschiedene Mineralogen haben die einfachen Krystallgestalten verschieden benannt, deshalb werden hier die Benennungen dersel-

ben von Mohs, Haidinger und Naumann zur Vergleichung übersichtlich zusammengestellt, wobei auch Breithaupts deutsche Benennungen beigelegt sind.

Diese verschiedenen Benennungen aller einfachen Krystallgestalten des tessularischen Krystallsystemes sind folgende:

Mohs. Haidinger. Naumann. Breithaupt.

Vollflächige Gestalten.

Hexaëder oder Würfel ist allgemein als Benennung angenommen.

Oktaëder.	Oktaëder.	Oktaëder.	Achtflächner.
Einkant. Tetragonaldodekaëder.	Granatoid.	Rhombendodekaëder.	Rauten - Zwölflächner.
Hexaëdrisches Trigonal - Ikositetraëder.	Fluoroid.	Tetrakishehexaëder	Hexaëderkantiger Vierundzwanzigflächner.
Oktaëdrisches Trigonal - Ikositetraëder.	Galenoid.	Triakisoktaëder.	Oktaëderkantiger Vierundzwanzigflächner.
Zweikantiges Tetragonal - Ikositetraëder.	Leuzitoid.	Ikositetraëder.	Deltoid - Vierundzwanzigflächner.
Tetrakontaoktaëder.	Adamantoid.	Hexakisoktaëder.	Achtundvierzigflächner.

Halbflächige Gestalten.

Tetraëder.	Tetraëder.	Tetraëder.	Vierflächner.
Trigonal-dodekaëder.	Kyproid.	Trigondodekaëder.	Tetraëderkantiger Zwölflächner.
Zweikantiges Tetragonaldodekaëder.	Deltoid.	Deltoiddodekaëder.	Deltoid - Zwölflächner.
Tetraëdrisches Trigonal-Ikositetraëder.	Borazitoid.	Hexakistetraëder.	Skalenischer Vierundzwanzigflächner.
Hexaëdrisches Pentagonal-dodekaëder.	Pyritoid.	Pentagondodekaëder.	Dachförmiger Zwölflächner.
Dreikantiges Tetragonal - Ikositetraëder.	Diploid.	Dyakisdodekaëder.	Ungleichwinkliger Vierundzwanzigflächner.

Beschreibung der holoëdrischen Krystallgestalten.

Der holoëdrischen oder vollflächigen Gestalten dieses Systemes gibt es sieben, und zwar:

Das Hexaëder oder der Würfel,
das Oktaëder,
das Rhombendodekaëder,
das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder,
das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraëder,
das Deltoid-Ikositetraëder,
das Tetrakontaoktaëder.

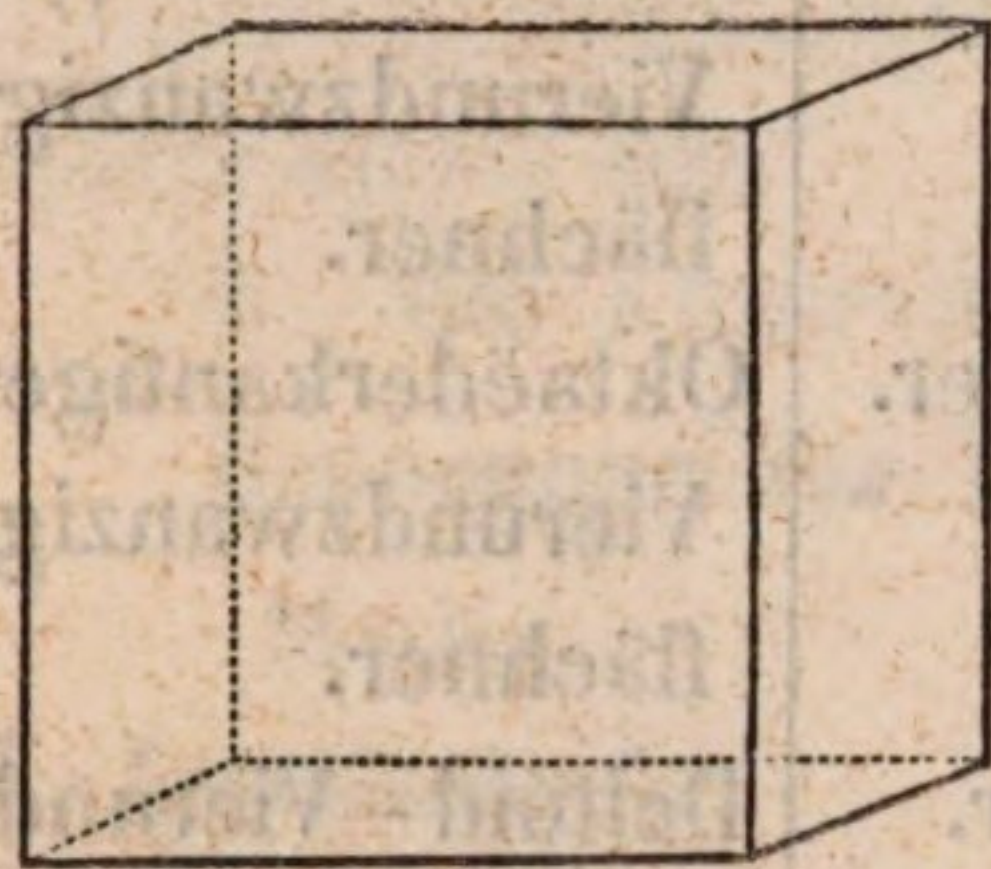


Fig. 24.

Das Hexaëder (Fig. 24).

Es wird umschlossen von 6 Quadraten, hat 12 gleiche Kanten von 90° , und 8 dreiflächige, gleichkantige Ecken. — Axen: die 3 quadratischen Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier parallelen Flächen, die zu ihnen gehörigen Schnitte sind Quadrate, die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei Ecken, die zu gehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, gleichwinklige Sechsecke, der Mittelquerschnitt ein reguläres Sechseck; 6 rhombische Axen verbinden je zwei parallele Kanten, die Schnitte sind Rechtecke, an zwei Stellen Quadrate, das grösste Rechteck ist ein Hauptschnitt. — Der Würfel kommt z. B. am Flusspath, Steinsalz, Bleiglanz, Gold als Krystall vor.

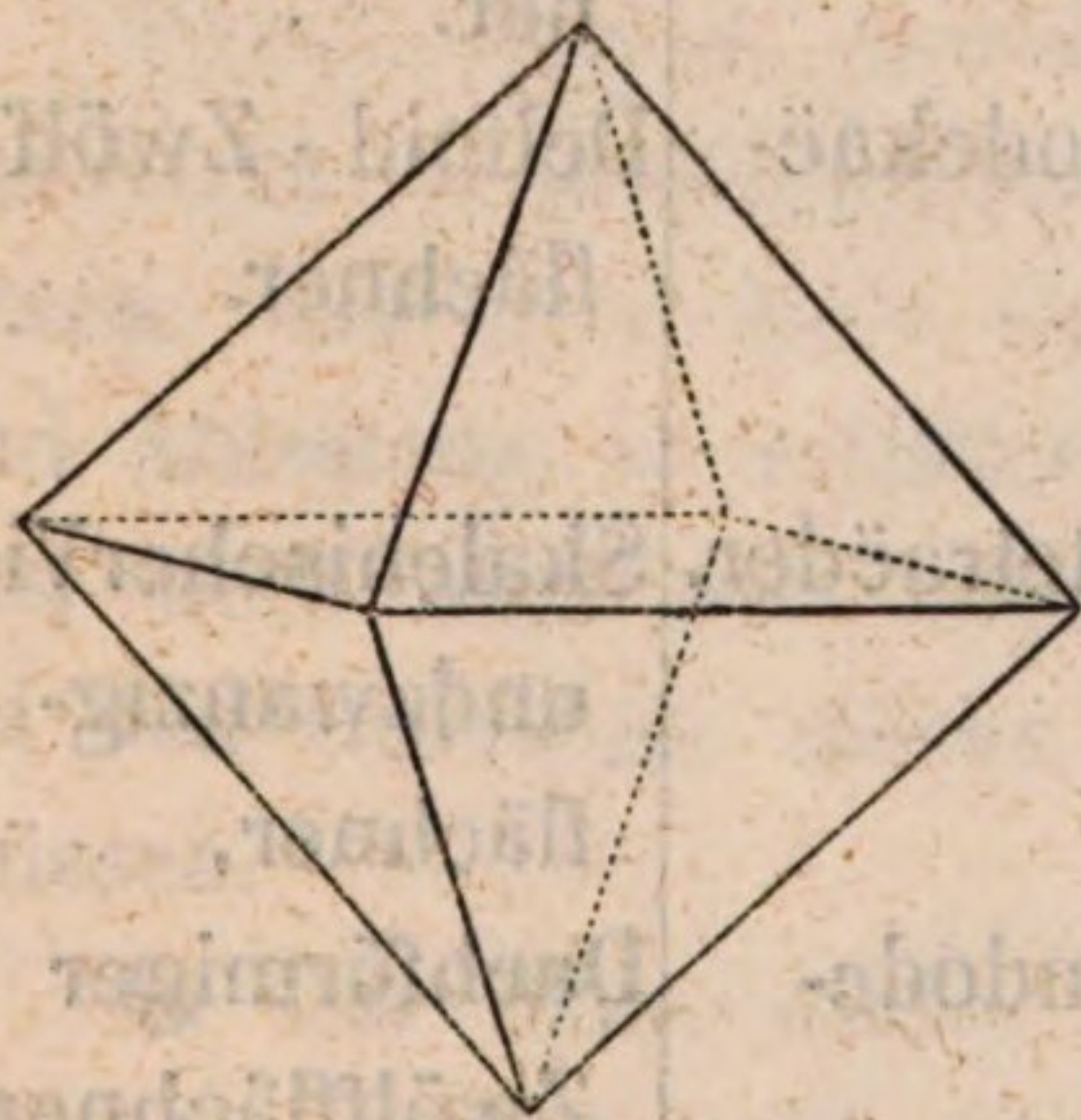


Fig. 25.

Das Oktaëder (Fig. 25).

Es wird umschlossen von 8 gleichseitigen Dreiecken, hat 12 gleiche Kanten von $109^\circ, 28', 16''$ und 6 vierflächige, gleichkantige Ecken. — Seine Axen sind: 3 quadratische, die je 2 entgegengesetzte Ecken verbinden; 4 trigonale, die sich in den Mittelpunkten zweier parallelen Flächen endigen, und 6 rhombische, welche die Mittelpunkte zweier parallelen Kanten verbinden. — Die zu den Axen gehörigen Schnitte sind: zur quadratischen Axe Quadrate, deren grösstes zugleich ein Hauptschnitt ist; zur trigonalen Axe symmetrische gleichwinklige Sechsecke (Fig. 2), der Mittelquerschnitt ist ein regelmässiges Sechseck; zur

rhombischen Axe rhombische Sechsecke, der Mittelquerschnitt ist ein Rhombus. In Oktaëdern krystallisirt z. B. der Alaun, Spinell, Magnet-eisenstein.

Das Rhombendodekaëder (Fig. 26).

Es wird umschlossen von 12 gleichen Rhomben, deren ebene Winkel $109^{\circ}, 28', 16''$ und $70^{\circ}, 31', 44''$ betragen. Es hat 24 Kanten von 120° ; Ecken 14, von zweierlei Art, nämlich 6 vierflächige gleichkantige, und 8 dreiflächige gleichkantige. — Axen: 3 quadratische, sie verbinden die vierflächigen Ecken; Schnitte zu denselben sind Quadrate, symmetrische Achtecke, der Hauptschnitt ist ein Quadrat; die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei dreiflächige Ecken; die Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, symmetrische Neunecke (Fig. 5), der Mittelquerschnitt ein reguläres Sechseck; die 12 rhombischen Axen verbinden die Mittelpunkte je 2 parallelen Flächen, die Schnitte sind rhombische, an 2 Stellen aber reguläre Sechsecke, der Schnitt in der Mitte ist ein Hauptschnitt. — In Rhombendodekaëdern krystallisirt z. B. der Granat, Borazit, das Rothkupfererz, Gold.

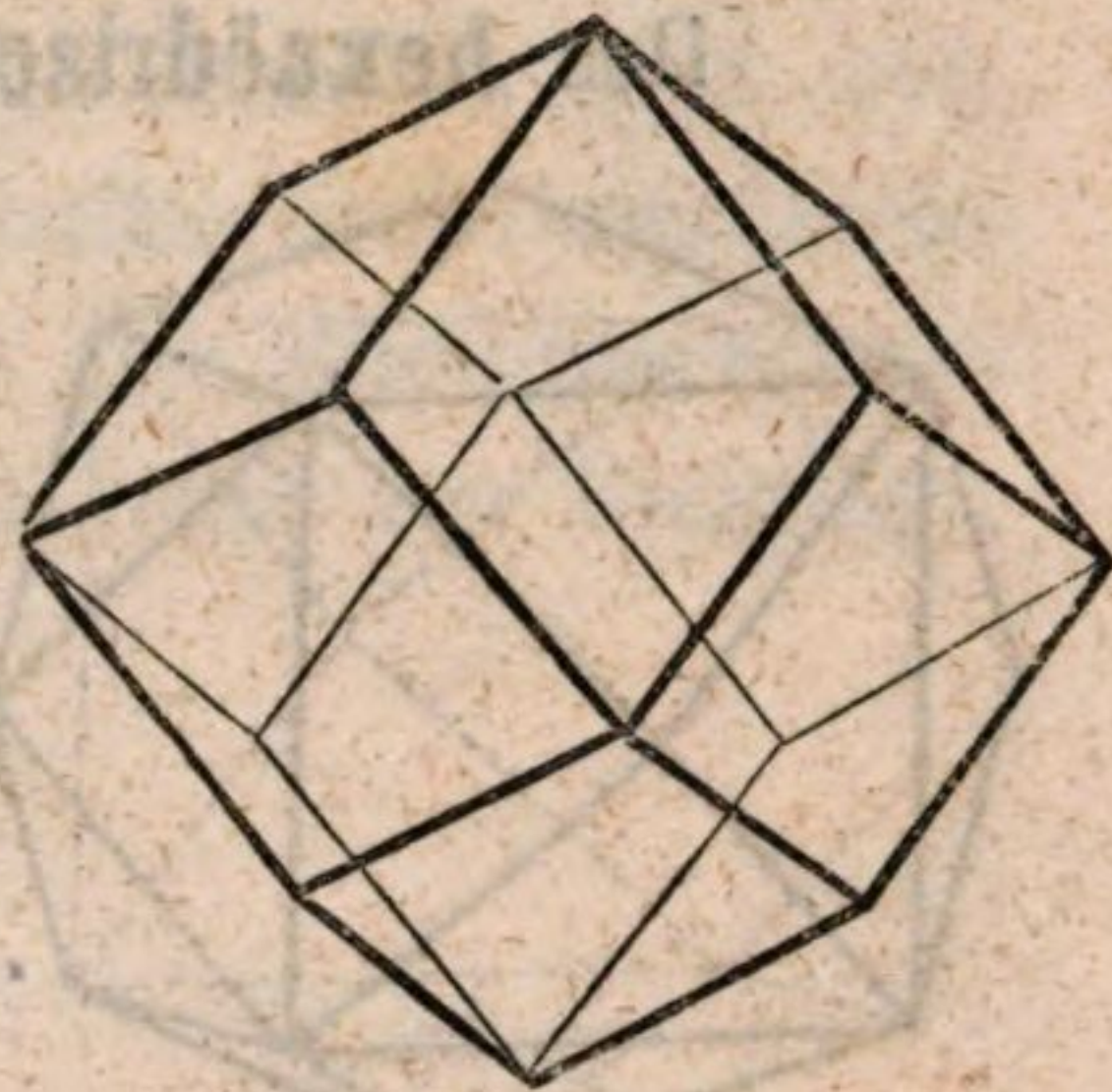


Fig. 26.

Diese 3 Gestalten sind unveränderlich, weil die Lage ihrer Flächen eine unveränderliche ist; denn beim Hexaëder stehen die Flächen senkrecht auf den quadratischen, beim Oktaëder senkrecht auf den trigonalen, und beim Rhombendodekaëder senkrecht auf den rhombischen Axen.

Deshalb müssen die dreierlei Axen dieser Gestalten in einem gewissen unwandelbaren Verhältnisse sich befinden, welches man durch eine einfache Betrachtung und Rechnung leicht finden kann. Wenn man z. B. die quadratische Axe beim Hexaëder $= 1$ annimmt, so ist die rhombische Axe gleich der Diagonale eines Quadrates, dessen Seite 1 ist, weil eben die quadratische Axe einer Würfelseite gleich ist. Daher ist die rhombische Axe $= \sqrt{2}$, weil die Diagonale eines Quadrates von der Seite 1 gleich $\sqrt{2}$ ist. Die trigonale Axe ist unter derselben Voraussetzung die Diagonale eines Rechteckes, dessen kürzere Seite $= 1$ und die längere $= \sqrt{2}$ ist, daher beträgt die Länge dieser Axe $\sqrt{3}$. Durch Rechnung kann man auch die Verhältnisse der Axen vom Oktaëder und Rhombendodekaëder bestimmen. Wenn man sie zusammenstellt, so erhält man folgendes Resultat bei der Voraussetzung, dass die quadratische Axe $= 1$ ist:

	Quadratische Axe.	Trigonale Axe.	Rhombische Axe.
Hexaëder:	1	$\sqrt{3}$	$\sqrt{2}$
Oktaëder:	1	$\frac{1}{3}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$
Rhombendodekaëder:	1	$\frac{1}{2}\sqrt{3}$	$\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder (Fig. 27)

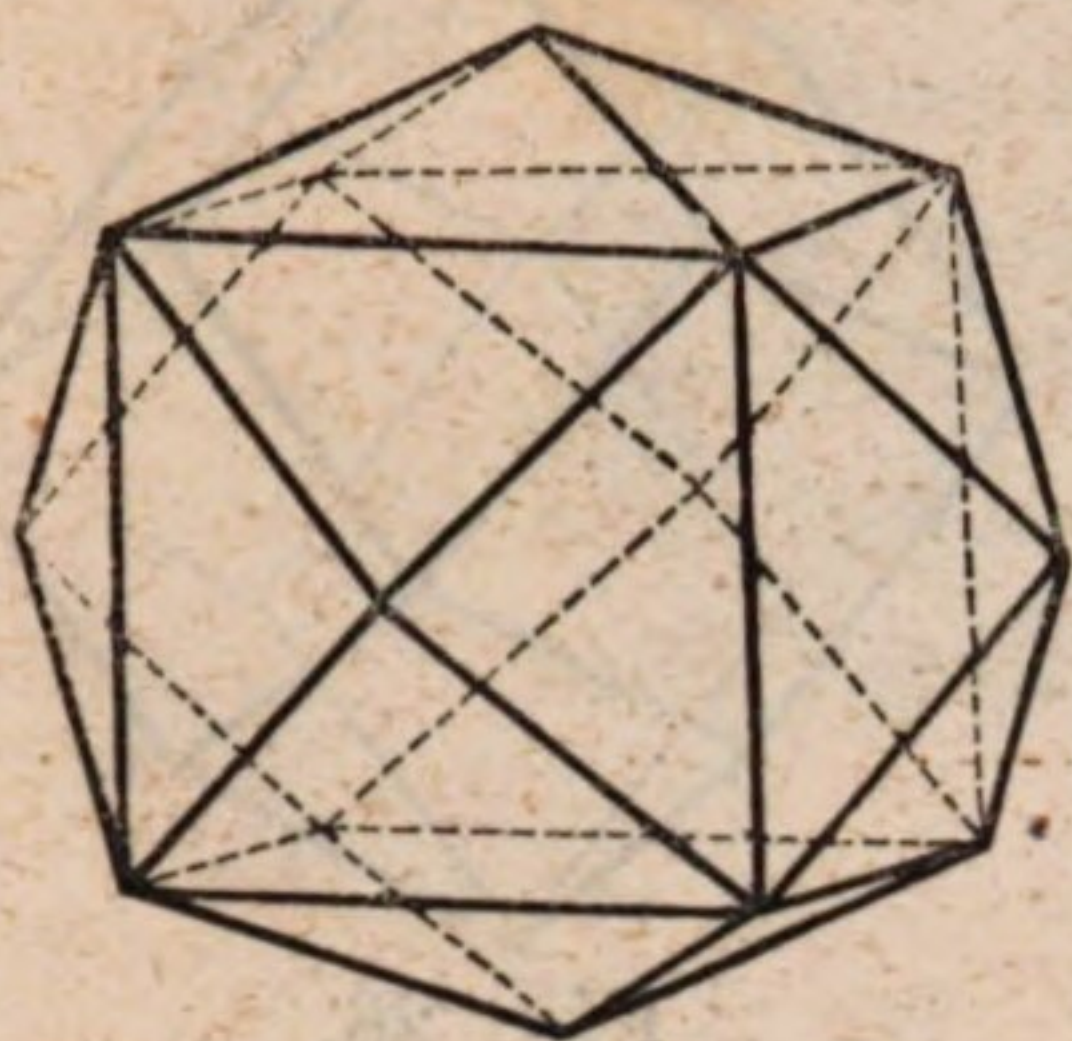


Fig. 27.

hat die Form eines Hexaëders, dessen jede Fläche eine flache vierseitige Pyramide trägt; seine Flächen sind daher in 6 vierzähligen Flächensystemen vereinigt.

Es wird umschlossen von 24 gleichschenkligen Dreiecken, hat zweierlei Kanten: 12 lange oder Hexaëderkanten, 24 kurze, charakteristische, die ihrer Lage nach den in der Mitte gebrochenen Diagonalen der Hexaëderflächen entsprechen. — Von den 14 Ecken sind 6 vierflächige und gleichkantige, den Oktaëderecken entsprechende, und 8 sechsflächige und zweierleikantige, den Hexaëderecken entsprechende. — Axen: 3 quadratische, sie verbinden je 2 vierflächige Ecken, die zugehörigen Schnitte sind Quadrate, quadratische Zwölfecke (Fig. 10), der Mittelquerschnitt ist ein symmetrisches Achteck von gleichen Seiten (Fig. 9); die 4 trigonalen Axen verbinden je 2 sechsflächige Ecken, die Schnitte sind symmetrische Sechsecke (Fig. 4), der Mittelquerschnitt ein symmetrisches Zwölfeck (Fig. 6); 6 rhomb. Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier parallelen Hexaëderkanten, die Schnitte sind rhomb. Zehn- und Achtecke, der Hauptschnitt ist ein rhombisches Sechseck. — In hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraëdern krystallisirt z. B. der Flusspath, das Gold.

Das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraëder (Fig. 28).

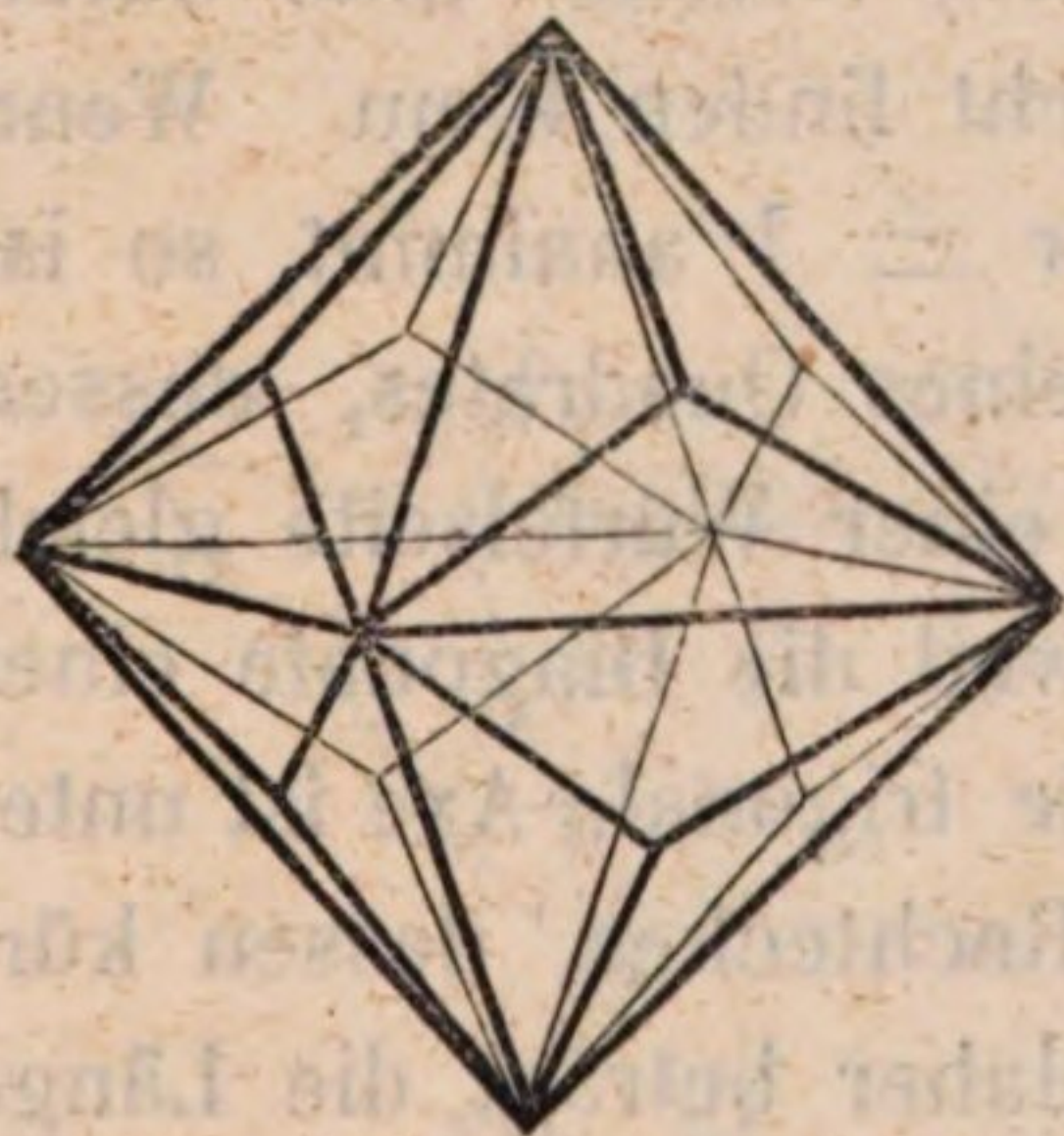


Fig. 28.

Diese Gestalt hat den Umriss eines Oktaëders, an dessen jeder Fläche eine flache dreiseitige Pyramide aufgesetzt ist, mithin sind seine 24 Flächen in 8 dreizähligen Flächensystemen vereinigt.

Sie wird von 24 gleichschenkligen Dreiecken umschlossen, hat 36 Kanten, und zwar: 12 lange oder Oktaëderkanten, 24 kurze, charakteristische, welche ihrer Lage nach den Halbirungslinien der Winkel an den Oktaëderflächen entsprechen. Von den 14 Ecken sind 6 achtflächige, zweierleikantige oder oktaëdrische, und 8 dreiflächige und gleichkantige oder

hexaëdrische. — Axen: 3 quadratische, sie verbinden je zwei oktaëdrische Ecken, die zugehörigen Schnitte sind symmetrische Achtecke, quadratische Zwölfecke (Fig. 10), der Hauptschnitt ist ein Quadrat; 4 trigonale Axen verbinden je zwei dreiflächige Ecken, die Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, trigonale Fünfzehnecke, der Mittelquerschnitt ein symmetrisches Zwölfeck (Fig. 6); 6 rhombische Axen endigen sich in den Mittelpunkten der langen Kanten, die Schnitte sind rhombische Vierzehnecke von 2 langen und 12 kurzen Seiten, der Mittelquerschnitt ein rhombisches Achteck. — Diese Gestalt findet man am Bleiglanz, Diamant.

Das Deltoid-Ikositetraëder (Fig. 29).

Diese Gestalt hat nach Umständen entweder den Umriss eines Oktaëders, an dessen jeder Fläche drei, oder eines Hexaëders, an dessen jeder Fläche vier Deltoide aufgesetzt sind, deshalb sind seine Flächen entweder in 8 dreizähligen oder 6 vierzähligen Systemen gruppiert.

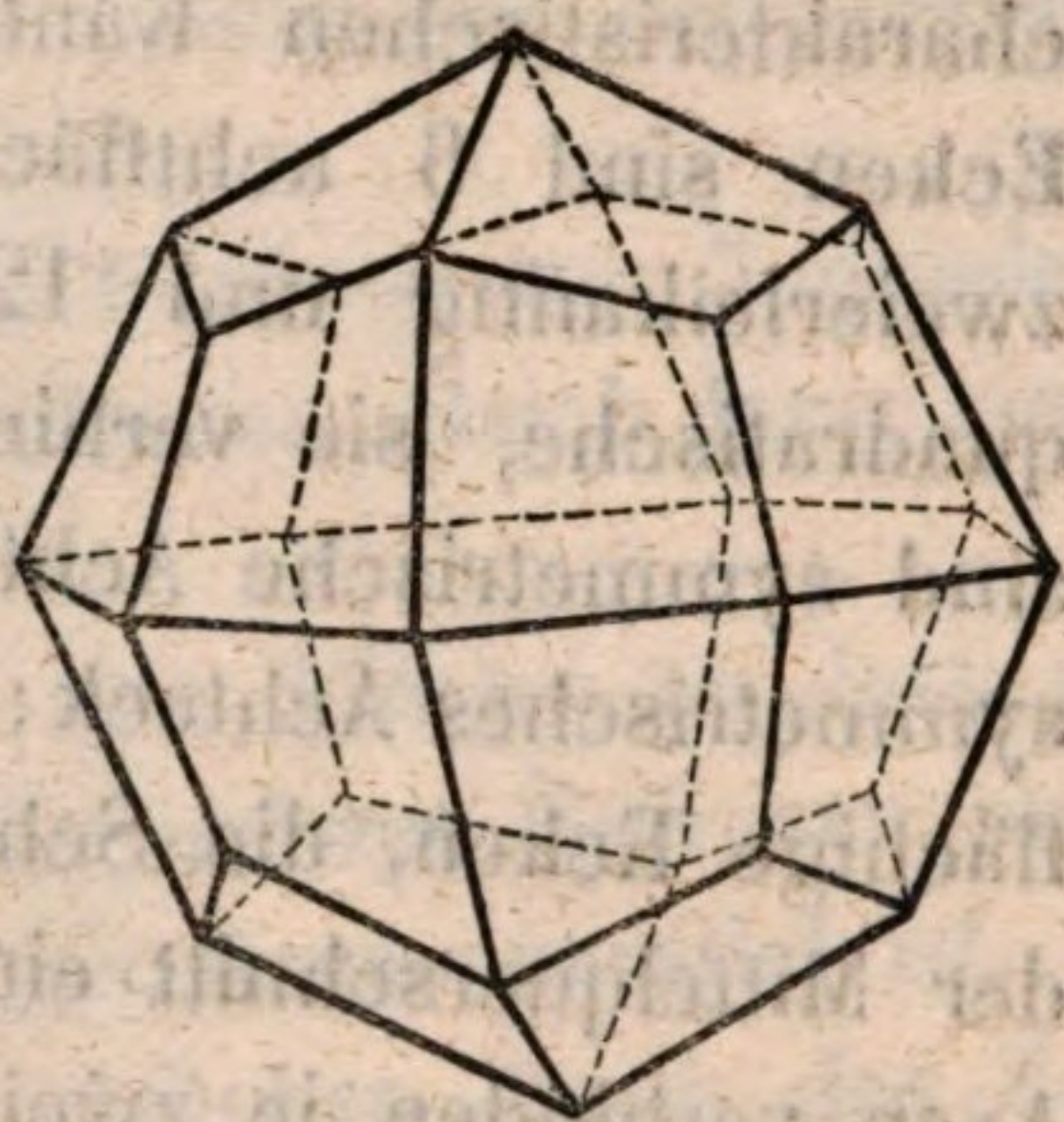


Fig. 29.

Sie ist von 24 Deltoiden umschlossen und hat 48 Kanten von zweierlei Art, 24 entsprechen den in der Mitte gebrochenen Oktaëder- oder nach Umständen Hexaëderkanten, und 24 sind charakteristisch, diese entsprechen den Perpendikeln aus dem Mittelpunkte der Oktaëder- oder Hexaëderfläche auf die Seite. Von den 26 Ecken sind 6 Oktaëderecken, diese sind vierflächig und gleichkantig; 8 sind dreiflächig, gleichkantig, den hexaëdrischen Ecken entsprechend, und 12 sind vierflächig und zweierleikantig. — Axen: 3 quadratische verbinden je 2 oktaëdrische Ecken; die dazu gehörigen Schnitte sind Quadrate, quadratische Zwölfecke, der Hauptschnitt ein symmetrisches Achteck, die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei dreiflächige Ecken; die Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, symmetrische Neunecke, der Hauptschnitt ist ein reguläres Sechseck; die 6 rhombischen Axen verbinden je zwei rhombische Ecken, die Schnitte sind Rhomben, rhombische Achtecke, auch der Hauptschnitt ist ein rhombisches Achteck. Mithin hat diese Gestalt zu einer jeden Axe einen Hauptschnitt, was bei keiner andern Gestalt dieses Systems der Fall ist. In Deltoid-Ikositetraëdern krystallisirt z. B. der Leuzit, Analzim, Granat.

Das Tetrakontaoktaëder (Fig. 30).

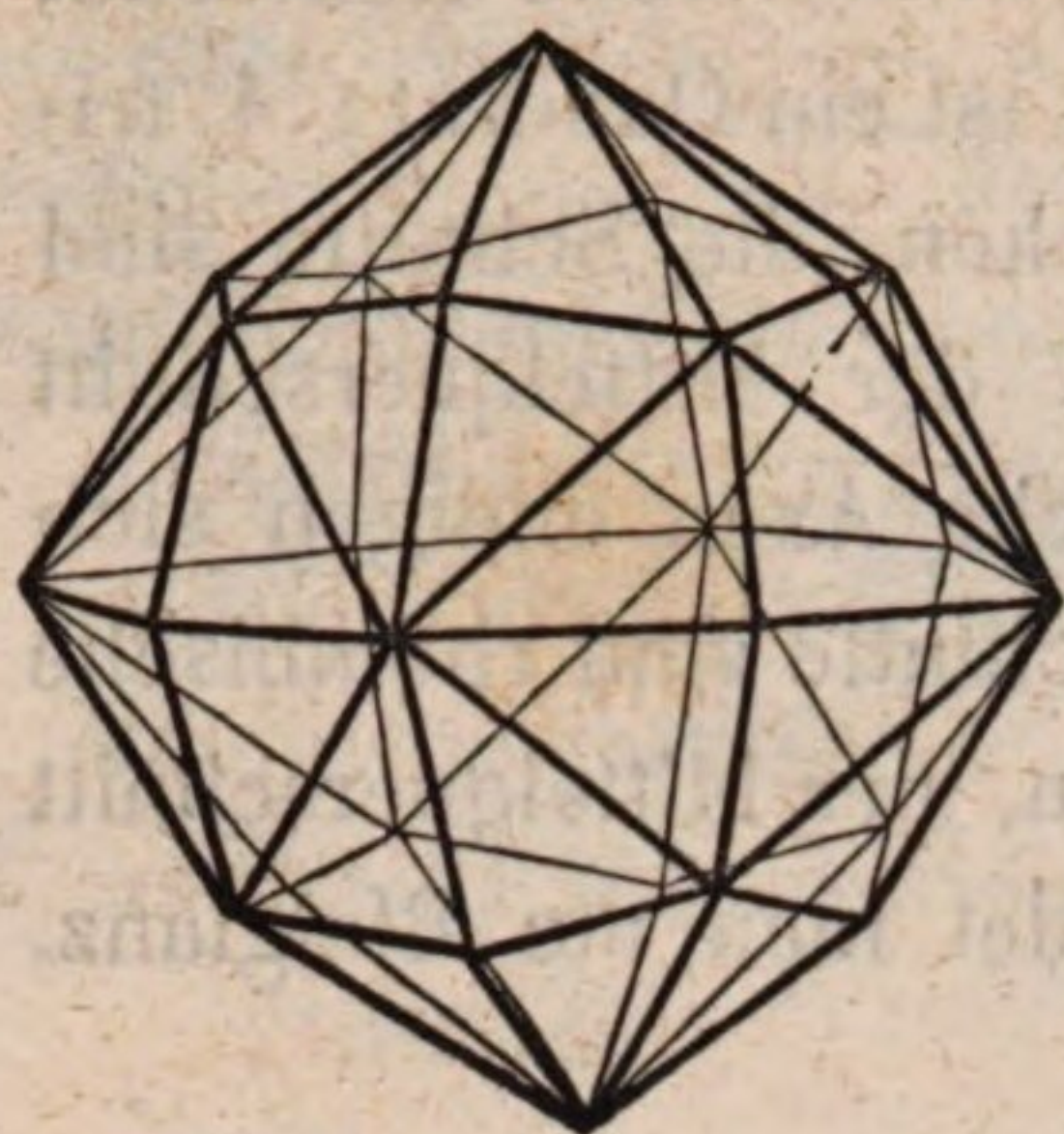


Fig. 30.

Diese Gestalt hat entweder den Umriss des Oktaëders oder Hexaëders, und deshalb entweder 6 achtzählige oder 8 sechszählige Flächensysteme.

Sie wird umschlossen von 48 Skalenen. Die 72 Kanten sind dreierlei Art; 24 entsprechen den in der Mitte gebrochenen Oktaëder- oder Hexaëderkanten; 24 haben die Lage der charakteristischen Kanten des oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraëders, und 24 liegen wie die charakteristischen Kanten des Deltoid-Ikositetraëders. Von den 26 Ecken sind 6 achtflächig und zweierleikantig; 8 sechsflächig und zweierleikantig und 12 vierflächig und zweierleikantig. — Axen: 3 quadratische, sie verbinden je zwei achtflächige Ecken, die Schnitte sind symmetrische Achtecke und Sechszehneck, der Hauptschnitt ein symmetrisches Achteck; die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei sechsflächige Ecken, die Schnitte sind symmetrische Sechs- und Zwölfecke, der Mittelquerschnitt ein symmetrisches Zwölfeck; die 6 rhombischen Axen verbinden je zwei rhombische Ecken, ihre Schnitte sind Rhomben und rhombische Sechszehneck, der Hauptschnitt ist ein rhombisches Achteck. — Diese Gestalt findet sich am Flusspath, Granat, Diamant vor.

Die vier letzten Gestalten sind veränderlich, weil ihre Flächen nicht senkrecht auf den Axen stehen, sondern gegen sie geneigt sind, deswegen können sich auch die Kanten ändern, wenn sich die Neigung der Flächen zu den Axen ändert. Es kommen auch in der That mehrere Varietäten dieser Gestalten an Mineralien von verschiedenen Axenverhältnissen vor, und zwar: hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder bisher 8, von oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraëdern 7, von Deltoid-Ikositetraëdern 9, und von Tetrakontaoktaëdern 7 Varietäten, nach den Untersuchungen von Mohs, G. Rose und Naumann.

Die Bezeichnung und Ableitung.

Die Bezeichnung dieser Gestalten ist bei verschiedenen Schriftstellern eine verschiedene. Haidinger bezeichnet die drei ersten mit H. O. D, die übrigen aber mit den Anfangsbuchstaben derjenigen Namen, die er ihnen gegeben hat, nur dass er bei diesen letzteren dem grossen Anfangsbuchstaben noch kleine Buchstaben

zusetzt, um damit im Allgemeinen die Varietäten zu bezeichnen. Die 7 vollflächigen Gestalten werden daher folgendermassen bezeichnet:

H	bezeichnet das Hexaëder,
O	das Oktaëder
D	das Rhombendodekaëder.
n F	ein beliebiges Fluorid
n G	„ „ Galenoid,
n L	„ „ Leuzitoid und
m A n	„ „ Adamantoid.

Naumann bezeichnet sie auf eine andere Art; seine Bezeichnung ist der Ableitung der Gestalten aus dem Oktaëder als Grundgestalt angepasst, und deshalb macht sie auch den Zusammenhang dieser Gestalten unter einander anschaulich. Die Ableitung aus dem Oktaëder geschieht auf folgende Weise:

Jede Fläche des Oktaëders wird in drei Punkten von 3 quadratischen Halbaxen berührt, und da diese Halbaxen gleich lang sind, so verhalten sie sich zu einander wie 1:1:1.

Legt man nun in jedes Oktaëdreck eine Fläche, so dass sie auf einer dieser Halbaxen senkrecht steht, die anderen Halbaxen aber erst in unendlicher Entfernung trifft, d. i. mit ihnen parallel ist, so wird dadurch das Hexaëder gebildet, dessen Flächen durch das Verhältniss der Halbaxen $\infty : \infty : 1$ bestimmt werden, und das kristallographische Zeichen des Hexaëders ist daher $\infty O \infty$.

Legt man hingegen auf jede Oktaëderkante eine Fläche, so dass sie zwei Axen berührt, die dritte aber erst in unendlicher Entfernung trifft, so entsteht das Rhombendodekaëder und es werden seine Flächen durch das Verhältniss der Parameter $\infty : 1 : 1$ bestimmt; das Zeichen des Rhombendodekaëders ist daher ∞O .

Wenn man die Halbaxen des Oktaëders verlängert, und zwar nach einer Zahl, die rational und grösser als 1 ist, und hierauf in eine jede Kante zwei Flächen schief legt, deren jede von den ursprünglichen Halbaxen zweie berührt, die dritte aber in der Entfernung m schneidet, so entsteht ein oktaëdrisches Trigonalikositetraëder, dessen Parameterverhältniss $m : 1 : 1$ ist. Sein Zeichen ist m O.

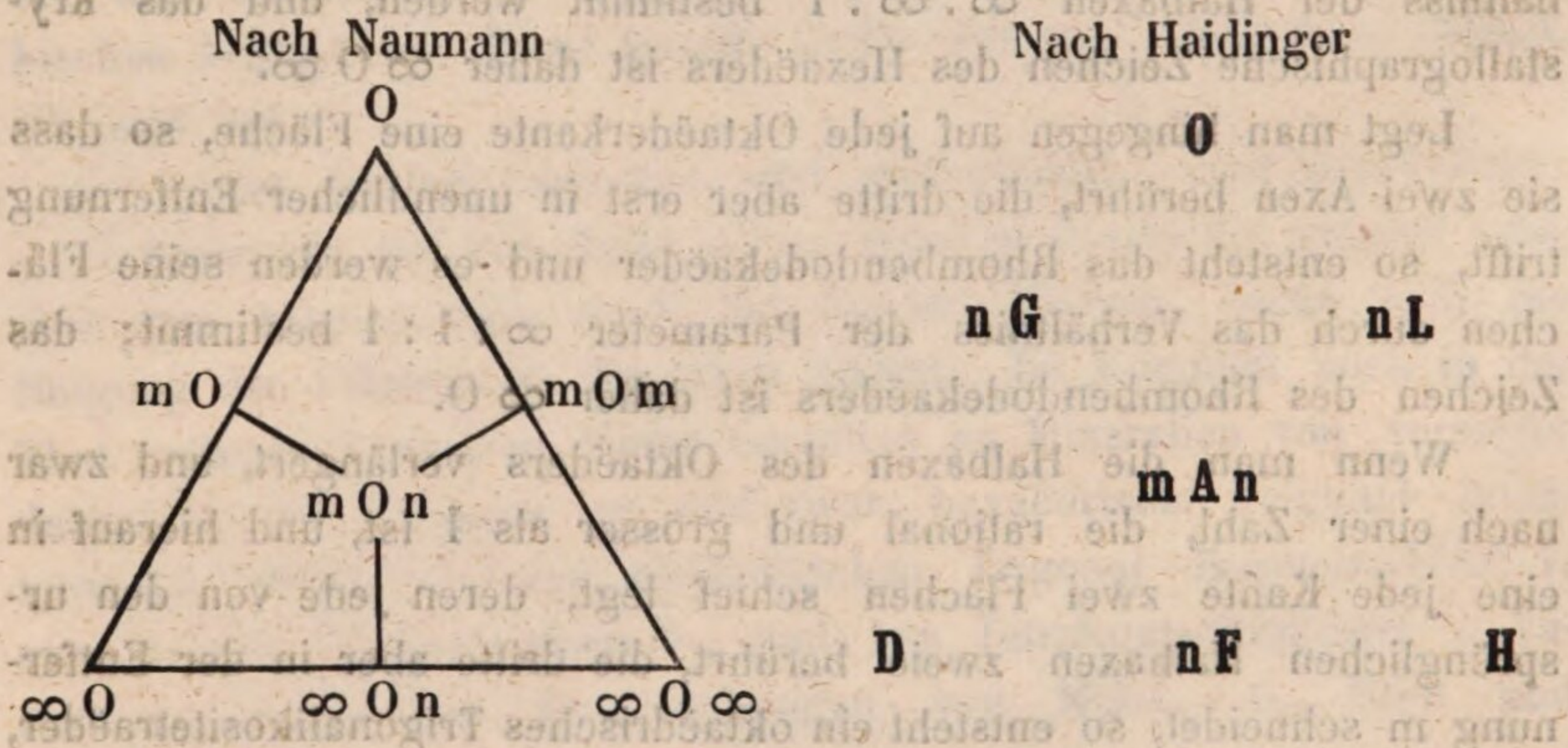
Wenn man unter denselben Umständen gegen jedes Oktaëdreck vier Flächen legt, und zwar so, dass sie über den Flächen desselben Eckes in der Art zu liegen kommen, dass sie die eine ursprüngliche Axe berühren, die anderen verlängerten Axen aber in der Entfernung m schneiden, so entsteht das Deltoid-Ikositetraëder, dessen Zeichen m O m ist, weil seine Flächen durch das Verhältniss der Halbaxen $m : m : 1$ bestimmt sind.

Hat man aber die vier Flächen gegen ein jedes Eck über die Kanten desselben Eckes gelegt, so zwar, dass jede von ihnen die ursprüngliche Axe berührt, die eine verlängerte Halbaxe in n trifft, mit der andern aber parallel liegt, so entsteht ein hexäedrisches Trigonalikositetraeder, dessen Zeichen $\infty O n$ ist, weil die Flächen durch Halbaxen bestimmt werden, die in dem Verhältnisse $\infty : n : 1$ stehen.

Wenn endlich gegen ein jedes Oktaedereck acht Flächen so gelegt werden; dass jede von ihnen eine ursprüngliche Halbaxe berührt, die eine verlängerte Halbaxe in m , die andere aber in n schneidet, so entsteht ein Tetrakontaoktaeder, dessen Bezeichnung $m O n$ heissen muss, weil jede seiner Flächen von drei Halbaxen in dem Verhältnisse $m : n : 1$ berührt wird.

Die gewöhnlichsten Varietäten von oktaedrischen Trigonal-Ikositetraedern sind $\frac{3}{2} O$, $2 O$, $3 O$; vom Trapezoidalikositetraeder $2 O 2$, $3 O 3$; vom hexaedrischen Trigonalikositetraeder $\infty O \frac{3}{2}$, $\infty O 2$, $\infty O 3$; vom Tetrakontaoktaeder $3 O \frac{3}{2}$, $4 O 2$, $5 O \frac{4}{3}$, wobei die Coefficienten immer angeben, wie vielmal eine oder zwei Halbaxen des Oktaeders vervielfältigt worden sind, um die Varietät abzuleiten.

Wenn man die sämtlichen holnëdrischen Formen in ein Schema zusammenstellt, dessen Mitte das Tetrakontaoktaeder einnimmt, so gestaltet sich dieses folgendermassen:



Diese zwei Schemen enthalten die Gestalten auf eine ganz gleiche Weise gruppirt, aber die Naumannsche Bezeichnung macht die Ableitung, die Uebergänge und die Gränzformen der Ikositetraeder, überhaupt den ganzen Zusammenhang anschaulicher, weil es sie gleichsam bildlich darstellt.

Da diese angeführte Ableitung mittelst Ebenen Statt findet, welche die Axen an gewissen bestimmten Punkten berühren, so nennt

man dieses Verfahren die Ableitungsmethode durch berührende Ebenen. Nebst dieser gibt es aber noch eine andere Ableitungsmethode, nämlich durch Schnitte, welche man sich auf verschiedene Weise an Krystallen angebracht vorstellt, oder an Modellen macht und so lange fortsetzt, bis sie eine neue Krystallgestalt selbständig begränzen.

Schneidet man an einem Modelle eine Ecke oder Kante symmetrisch ab, so zwar, dass statt derselben eine Fläche entsteht, so heisst dieses Verfahren in der Krystallographie die Abstumpfung; führt man gegen eine Kante von jeder sie bildenden Fläche einen Schnitt, so dass dann statt der früher da gewesenen, eine neue Kante zum Vorschein kommt, so nennt man dieses Verfahren die Zuschärfung, obschon die neue Kante nicht schärfer, sondern stumpfer ist; führt man ähnliche Schnitte gegen eine Ecke, so nennt man dies die Zuspitzung, wobei die Ecke nicht spitziger, sondern stumpfer wird. Die Zuspitzung ist dreifach: entweder von der Fläche oder von der Kante, je nachdem man entweder an der Fläche oder an der Kante das schneidende Instrument ansetzt, um den Schnitt gegen die Ecke zu führen, oder endlich, wenn von der Fläche oder Kante zwei Schnitte gegen die Ecke geführt werden, so nennt man dies die doppelte Zuspitzung, durch welche eine jede neue Fläche in zwei Richtungen schief angebracht erscheint. Entsteht durch die Zuspitzung einer Ecke von nur zwei abwechselnden Seiten eine neue Kante, so nennt man es auch eine Zuschärfung.

Einige Beispiele werden diese Ableitung verdeutlichen:

Aus dem Hexaëder wird abgeleitet:

1. Das Oktaeder durch Abstumpfung der Ecken, 2. das Rhombendodekaëder durch Abstumpfung der Kanten, 3. das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Zuschärfung der Kanten, 4. das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Zuspitzung der Ecken von den Kanten, 5. das Deltoid-Ikositetraëder durch Zuspitzung der Ecken von den Flächen, 6. das Tetrakontaoktaëder durch doppelte Zuspitzung der Ecken.

Aus dem Oktaëder:

1. Das Hexaëder durch Abstumpfung der Ecken, 2. das Rhombendodekaëder durch Abstumpfung der Kanten, 3. das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Zuspitzung der Ecken von den Kanten, 4. das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Zuschärfung der Kanten, 5. das Deltoid-Ikositetraëder durch Zuspitzung der Ecken von den Flächen, 6. das Tetrakontaoktaëder durch doppelte Zuspitzung der Ecken.

Aus dem Rhombendodekaeder bildet man:

1. Das Hexaeder durch Abstumpfung der vierflächigen, und
2. das Oktaeder durch Abstumpfung der dreiflächigen Ecken, 3. das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraeder durch Zuspitzung der Vierflächigen Ecken von der Fläche, 4. das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraeder durch Zuspitzung der dreiflächigen Ecken von der Fläche,
5. Das Deltoid-Ikositetraeder durch Abstumpfung der Kanten oder durch Zuspitzung einer Art Ecken von denselben, 6. das Tetrakontaoktaeder durch Zuschärfung der Kanten oder doppelte Zuspitzung einer Art Ecken.

Aus dem hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraeder:

1. Das Hexaeder durch Abstumpfung der vierflächigen Ecken.
2. das Oktaeder durch Abstumpfung der sechsflächigen Ecken, 3. das Rhombendodekaeder durch Abstumpfung der langen Kanten, 4. das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraeder durch Zuspitzung der hexaëdrischen Ecken von den langen Kanten, 5. das Deltoid-Ikositetraeder durch Abstumpfung der kurzen Kanten oder Zuspitzung einer Art Ecken von denselben, 6. das Tetrakontaoktaeder durch doppelte Zuspitzung der vierflächigen, oder einfache Zuspitzung der sechsflächigen Ecken von den Flächen.

Aus dem oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraeder:

1. Das Hexaeder durch Abstumpfung der achtflächigen, 2. das Oktaeder durch Abstumpfung der dreiflächigen Ecken, 3. das Rhombendodekaeder durch Abstumpfung der langen Kanten, 4. das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraeder durch Zuspitzung der oktaëdrischen Ecken von den langen Kanten, 5. das Deltoid-Ikositetraeder durch Abstumpfung der kurzen Kanten, oder Zuspitzung einer Art Ecken von denselben, 6. das Tetrakontaoktaeder durch Zuspitzung der oktaëdrischen Ecken von den Flächen, oder doppelte Zuspitzung der dreiflächigen Ecken.

Aus dem Deltoid-Ikositetraeder:

1. Das Hexaeder durch Abstumpfung der quadratischen, 2. das Oktaeder durch Abstumpfung der dreiflächigen Ecken, 3. das Rhombendodekaeder durch Abstumpfung der rhombischen Ecken, 4. das hexaëdrische Trigonal-Ikositetraeder durch Abstumpfung der über den oktaëdrischen Kanten liegenden Kanten, oder durch Zuspitzung der quadratischen Ecken von denselben, 5. das oktaëdr. Trigonal-Ikositetr. durch Abst. der auf den Oktaederflächen liegenden Kanten oder Zuspitzung trigonaler Ecken von denselben, 6. das Tetrakontaoktaeder durch doppelte Zuspitzung der quadratischen oder trigonalen Ecken oder Zuschärfung gleicher Kanten.

Aus dem Tetrakontraoktaeder:

1. Das Hexaeder durch Abstumpfung der oktaëdrischen, 2. das Oktaeder durch Abstumpfung der hexaëdrischen, und 3. das Rhombendodekaeder durch Abstumpfung der rhombischen Ecken; 4. das

hexaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Abstumpfung der mittleren, 5. das oktaëdrische Trigonal-Ikositetraëder durch Abstumpfung der kürzesten, und 6. das Deltoid-Ikositetraëder durch Abstumpfung der längsten Kanten; diese 3. letzten Gestalten könnten auch durch Zuspitzung einer Art Ecken von den genannten Kanten entstehen.

Die hemiedrischen Gestalten.

Unter den sieben vollflächigen Gestalten lassen sich fünf in Hälften zerlegen, deren jede genau halb so viel Flächen hat als die vollflächige, aus der sie entstand. Man nennt daher die Gestalten mit der vollen Anzahl Flächen: holoëdrische, und die halben: hemiëdrische Formen.

Das Oktaëder kann in zwei Tetraëder zerlegt werden, die drei Ikositetraëder in je 2 Dodekaëder, und das Tetrakontaoktaëder in 2 Paare Ikositetraëder, die an Mineralien bisher beobachtet wurden, und in ein Paar bisher nicht beobachteter Ikositetraëder.

Diese halben oder hemiedrischen Gestalten zerfallen nach der Lage ihrer Flächen in geneigtflächige und parallelfächige. Bei diesen letzteren findet eine jede Fläche eine ihr entsprechende parallele, bei den geneigtflächigen Gestalten ist dieses nicht der Fall.

Die geneigtflächigen hemiedrischen Gestalten haben im Allgemeinen den Umriss eines Tetraëders, die parallelfächigen den eines Würfels.

Die hemiedrischen Gestalten entstehen aus den holoëdrischen auf dreierlei Art:

1. Durch Vergrößerung einzelner, abwechselnd liegenden Flächen, bis sie sich schneiden und die dazwischen liegenden verschwinden.

2. Durch Vergrößerung einzelner, abwechselnd liegenden Flächenpaare bis zum Verschwinden der dazwischen liegenden.

3. Durch Vergrößerung abwechselnd liegender Flächensysteme bis zum Verschwinden der dazwischen liegenden. Wie dieses geschieht wird aus dem Nachfolgenden klar.

Die geneigtlächigen Formen.

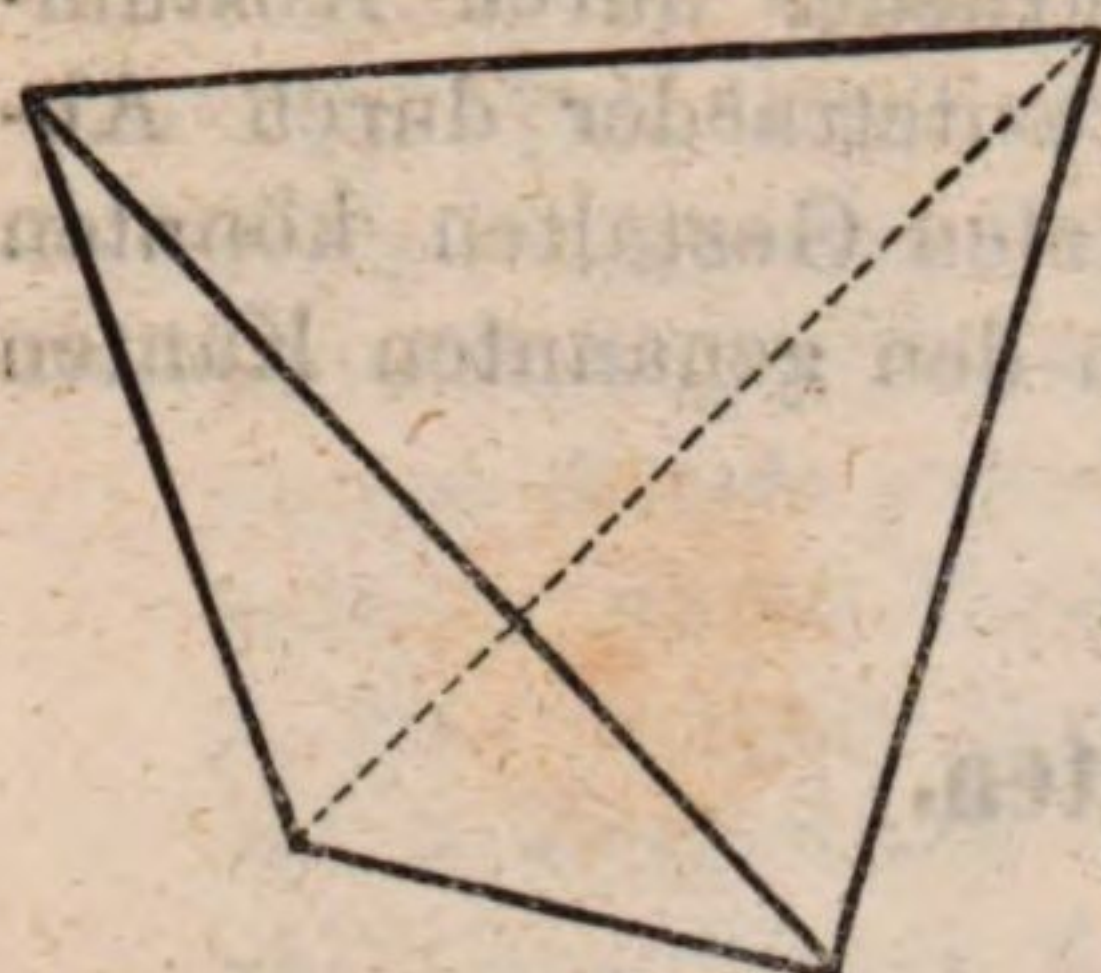


Fig. 31.

Das **Tetraëder** (Fig. 31.) ist von 4 gleichseitigen Dreiecken umschlossen; es hat sechs gleiche Kanten von $70^{\circ} 31' 44''$ *), und 4 dreiflächige, gleichkantige Ecken. — Die Mittelpunkte zweier sich kreuzenden Kanten verbinden Axen, deren zugehörige Schnitte zwar Rechtecke sind, so lange man die Mitte des Krystalles nicht trifft; der Mittelquerschnitt jedoch ist ein Quadrat, woraus folgt, dass diese Axen quadratische Axen sind. Man nennt sie wohl auch bei diesem, wie auch bei den folgenden drei Gestalten zum Unterschiede hemiquadratische Axen. — Die 4 trigonalen Axen endigen sich in je einer Ecke und dem Mittelpunkte der gegenüberliegenden Fläche; die zugehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke; rhombische Axen sind nicht vorhanden. Das Tetraëder kommt am Fahlerz, Borazit u. a. vor.

Ein Tetraëder entsteht aus dem Oktaëder **), wenn man an diesem vier abwechselnd liegende Flächen, die nicht in Kanten, sondern blos in Ecken zusammenstossen nach allen Richtungen so weit vergrößert, bis die dazwischen liegenden Flächen verschwinden. Steht z. B. ein Oktaëder mit einer quadratischen Axe aufrecht, und wird an seiner oberen Hälfte die vordere und hintere, an der unteren Hälfte jedoch die rechte und linke Fläche so lange erweitert, bis die übrigen vier Flächen verschwinden, so entsteht ein Tetraëder. — Das andere, dem ersteren bis auf die Lage vollkommen gleiche Tetraëder entsteht aus demselben Oktaëder, wenn man oben die rechte und linke, unten aber die vordere und hintere Fläche so weit vergrößert, bis die übrigen verschwinden. — Auf diese Art entstehen aus dem Oktaëder zwei Tetraëder, die sich durch nichts unterscheiden als durch die Lage, indem sie nämlich gegen einander übers Kreuz liegen.

*) Wenn man eine solche Kante mit einer oktaëdrischen vergleicht, so findet man, dass sie sich zu 180° ergänzen.

**) Wenn man das Tetraëder mit dem Oktaëder, und das folgende Trigonal-dodekaëder mit dem Deltoid-Ikositetraëder behufs der Ableitung vergleicht, so muss man diese hemiëdrischen Formen mit den holoëdrischen parallel, d. i. so stellen, dass immer eine Tetraëderkante oben liege, nicht aber eine Ecke.

Das **Trigonal-dodekaeder** (Fig. 32.) ist umschlossen von 12 gleichschenkligen in 4 dreizähligen Flächensystemen verbundenen Dreiecken, so dass je 3 auf einer Tetraederfläche liegen. Es hat 18 Kanten, und zwar 6 längere, den Kanten des Tetraeders entsprechende und 12 kürzere, charakteristische. Unter den 8 Ecken sind 2 dreiflächig und gleichkantig, und 4 sechsflächig und zweierleikantig. Die 3 hemiquadratischen Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegenden, langen Kanten, die zugehörigen Schnitte sind halbsymmetrische Zehneck, der Mittelquerschnitt ist aber ein symmetrisches, gleichseitiges Achteck. — Die 4 trigonalen Axen verbinden je eine sechsflächige und die gegenüberliegende dreiflächige Ecke. Die zugehörigen Schnitte sind symmetrische Sechs- und Neunecke und gleichseitige Dreiecke. — Es kommt vor am Fahlerz, an der Blende.

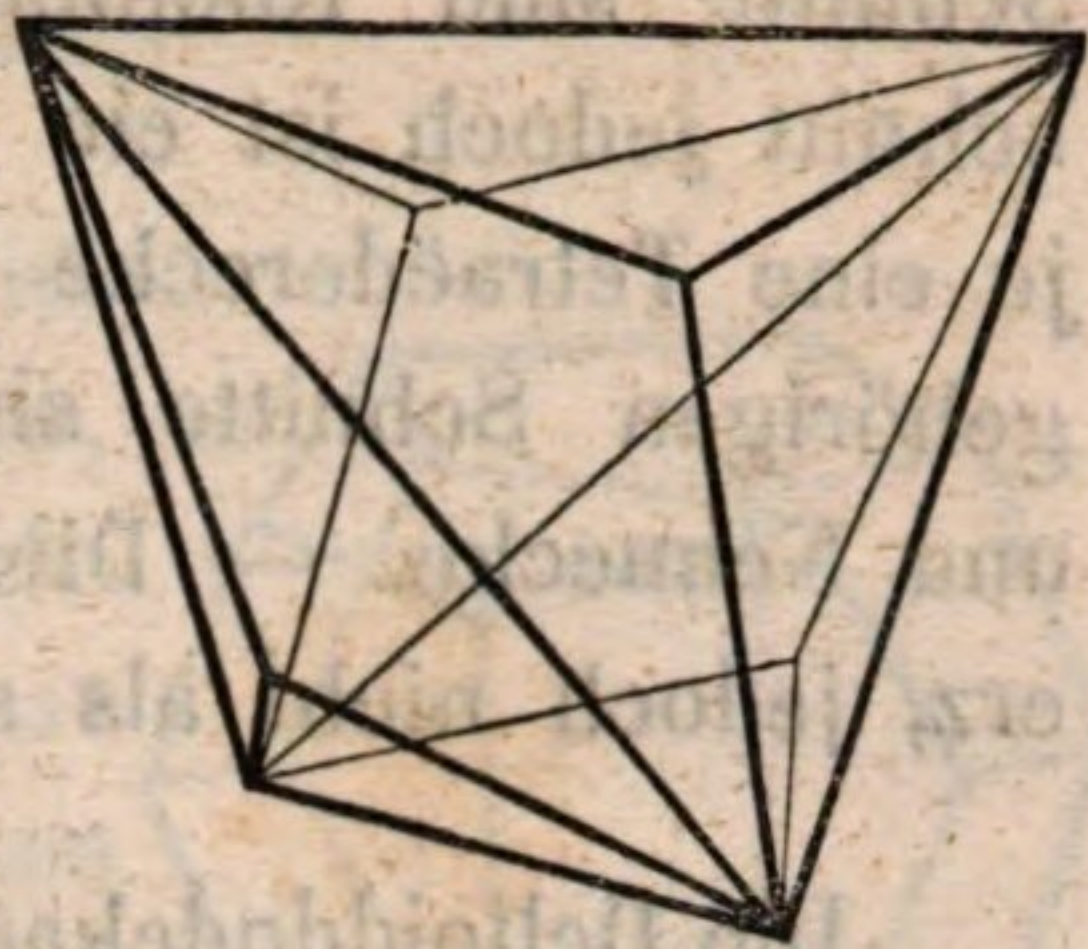


Fig. 32.

Die Trigonal-dodekaeder sind halbe Gestalten vom Deltoid-Ikositetraeder und entstehen aus demselben, wenn an ihm 4 dreizählige, abwechselnd liegende Flächensysteme so weit vergrößert werden, bis die dazwischenliegenden verschwinden. Man vergrößert daher z. B. auf der oberen Hälfte der Gestalt das vordere und hintere Flächensystem und auf der unteren Hälfte das rechte und linke, bis die übrigen verschwinden, und erhält ein Trigonal-dodekaeder; erweitert man jedoch oben das rechte und linke und unten das vordere und hintere Flächensystem so weit, bis die übrigen verschwinden, so entsteht das zweite Trigonal-dodekaeder, welches dem ersten vollkommen gleicht, nur ist seine Lage verschieden, es kreuzt sich nämlich mit demselben.

Das **Deltoid-dodekaeder** (Fig. 33.) ist umschlossen von 12 Deltoiden, von denen je drei über einer Tetraederfläche ein dreizähliges Flächensystem bilden. Es hat 24 Kanten, von denen 12 zu je zwei über einer jeden Tetraederkante liegen, und 12 liegen zu je drei über einer jeden Tetraederfläche. Von den 14 Ecken sind 6 vierflächig und zweierleikantig, und je eine liegt über dem Mittelpunkte einer jeden, hier gleichsam gebrochenen Tetraederkante; 4 Ecken sind dreiflächig und gleichkantig wie die Tetraederecken, deren Lage sie auch haben, und andere 4 dreiflächige und gleichkantige Ecken liegen gerade über dem Mittelpunkte einer jeden Tetraederfläche. — Die 3 hemiquadratischen Axen verbinden je zwei vierflächige Ecken. Die zugehörigen

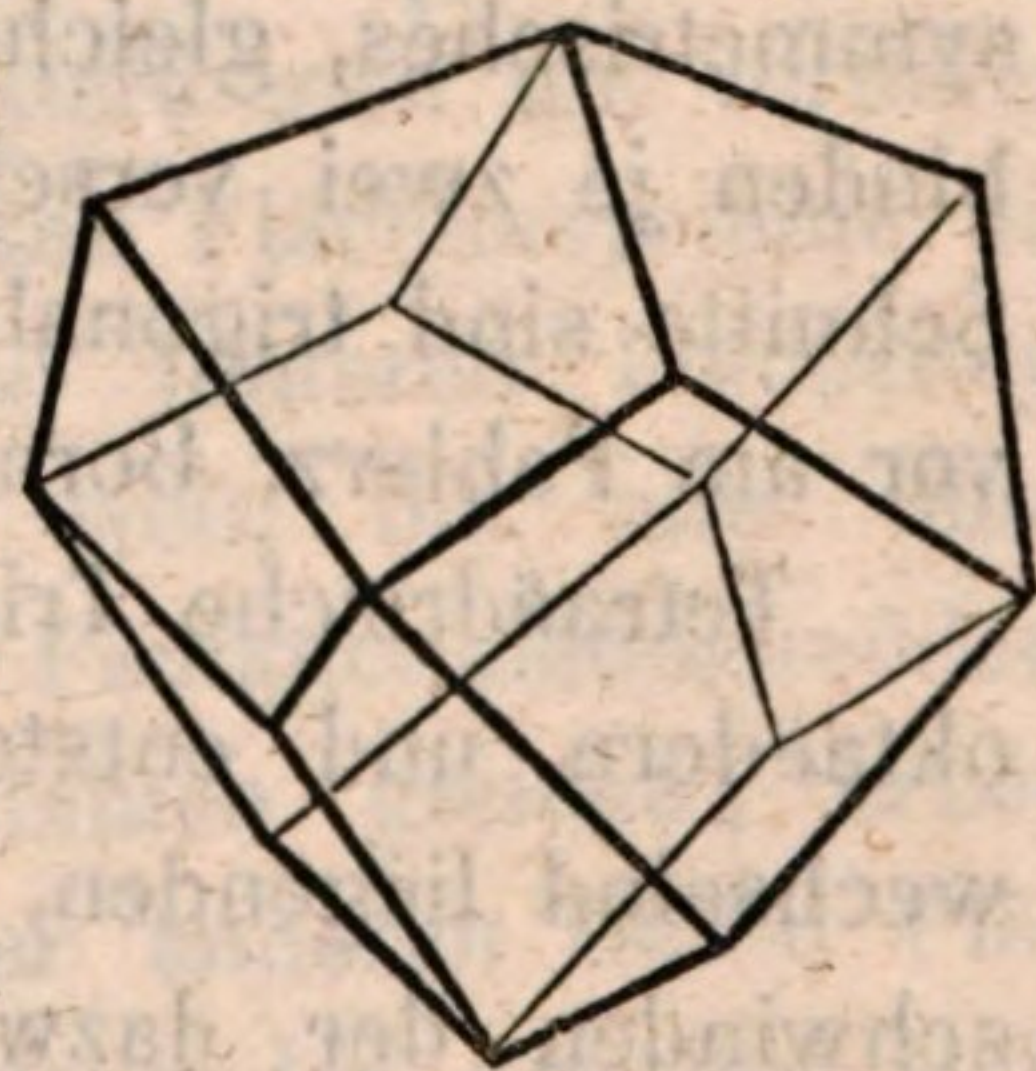


Fig. 33.

Schnitte sind Rhomben und andere rhombische Flächen, der Hauptschnitt jedoch ist ein Quadrat. — Die 4 trigonalen Axen verbinden je eine Tetraederecke und die gegenüberliegende dreiflächige; die zugehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, symmetrische Sechse und Neunecke. — Diese Gestalt kommt am Fahlerz und Weissgiltigerz, jedoch nicht als selbständige Form vor.

Die Deltoiddodekaeder sind Hälften von oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraedern *) und entstehen auf dieselbe Weise aus diesen, wie die Trigonal-dodekaeder aus den Deltoid-Ikositetraedern, nämlich durch Erweiterung von vier abwechselnd liegenden dreizähligen Flächensystemen, bis die dazwischen liegenden verschwinden. Man erhält daher aus jedem oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraeder zwei solche Hälften, die sich bloß durch die Lage unterscheiden, indem sie sich kreuzen.

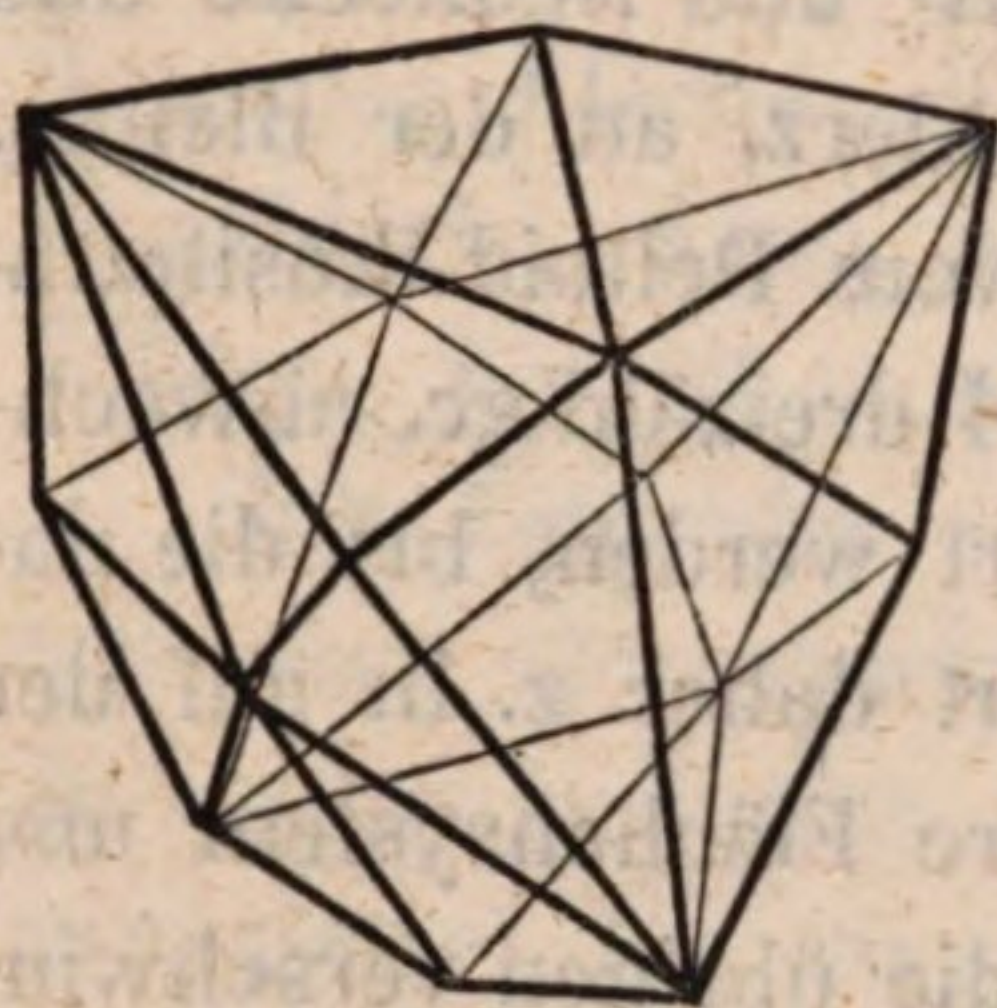


Fig. 34.

Das **tetraëdrische Trigonal-Ikositetraeder** (Fig. 34.) ist von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, welche in 4 sechszähligen Flächensystemen vereinigt sind, deren je eins über einer jeden Tetraederfläche liegt. Es hat 36 Kanten, und zwar 12 längere, 12 kürzere, 12 mittlere. Von den 14 Ecken sind 6 vierflächig, zweierleikantig, 4 sechsfächig, zweierleikantig, welche die Lage der Tetraederecken haben, und 4 sechsfächig, zweierleikantig, deren jede über dem Mittelpunkte einer Tetraederfläche liegt. — Die 3 hemiquadratischen Axen verbinden je zwei vierflächige Ecken, die zugehörigen Schnitte sind zwar Rhomben und andere rhombische Flächen, der Mittelquerschnitt jedoch ist ein symmetrisches, gleichseitiges Achteck. — Die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei verschiedene sechsfächigen Ecken; die zugehörigen Schnitte sind trigonale Sechse und Zwölfecke. — Diese Gestalt kommt vor am Fahlerz, Borazit, Diamant.

Tetraëdrische Trigonal-Ikositetraeder sind Hälften von Tetrakonta-oktaedern und entstehen aus diesen durch Erweiterung von 4 abwechselnd liegenden, sechszähligen Flächensystemen bis zum Verschwinden der dazwischen liegenden auf dieselbe Weise, wie die Deltoiddodekaeder aus den oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraedern.

*) Bei der Vergleichung dieser und der folgenden Gestalt mit den holoëdrischen Formen, aus denen sie entstanden, muss man sie mit einer rhombischen Ecke nach oben aufstellen.

Die paralleelflächigen Formen.

Das **Pentagonaldodekaëder** (Fig. 35.) ist von 12 halbsymmetrischen Fünfecken umschlossen, die in 12 Paare geordnet sind, so dass gleichsam auf einer jeden Hexaëderfläche ein Paar solcher Fünfecke liegen. Von den 30 Kanten sind 6 längere und 24 kürzere. Es hat 20 Ecken, und zwar 8 dreiflächige und gleichkantige, und 12 dreiflächige, zweierleikantige. — Die 4

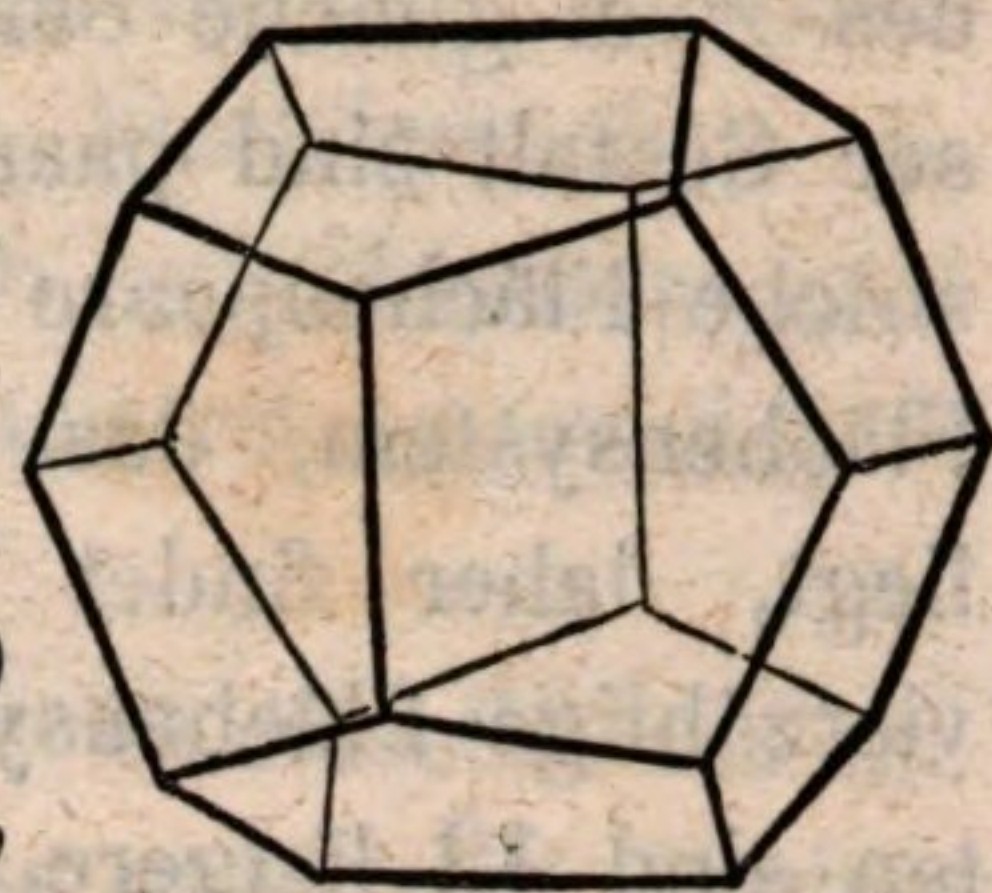


Fig. 35.

trigonalen Axen verbinden je zwei gleichkantige Ecken, die zugehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke und symmetrische, gleichwinklige Sechsecke, der Mittelquerschnitt ist ein regelmässiges Sechseck. — Die Mittelpunkte der längeren Kanten verbinden 3 rhombische Axen, die zugehörigen Schnitte sind Rechtecke und halbsymmetrische Achtecke, der Mittelquerschnitt ist ein halbsymmetrisches Sechseck. — Diese Gestalt findet sich selbständig vor am Eisenkies, Glanzkobalt.

Die Pentagonaldodekaëder sind Hälften von hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraëdern und entstehen aus diesen, wenn man von jedem Flächensysteme derselben die zwei abwechselnd liegenden Flächen so lange erweitert, bis die dazwischen liegenden verschwinden. Die vergrösserten Flächen müssen sich jedoch mit den vergrösserten Nachbarflächen immer kreuzen, d. i. es dürfen nie zwei vergrösserte Flächen mitsammen eine Kante bilden. Wenn man ein hexaëdrisches Trigonal-Ikositetraëder mit einer quadratischen Axe aufrecht stellt, um ein Pentagonaldodekaëder abzuleiten, so geschieht es folgendermassen: Am oberen und unteren Flächensysteme erweitere man die vorderen und hinteren Flächen; am rechten und linken Flächensysteme die oberen und unteren, und am vorderen und hinteren Flächensysteme die rechten und linken Flächen so weit, bis alle übrigen verschwinden. Auf diese Art entsteht ein Pentagonaldodekaëder; das zweite, ihm bis auf die Lage vollkommen gleiche, erhält man, wenn eine gleiche Erweiterung mit der anderen Hälfte Flächen vorgenommen wird. Beide Pentagonaldodekaëder kreuzen sich.

Das **Trapezoidal-Ikositetraëder** (Fig. 36) ist von 24 Trapezoiden umschlossen, deren jedes zwei gleiche Seiten hat. Die Flächen dieser Gestalt sind paarweise geordnet, und zwei solche Flächenpaare bilden je ein vierzähliges Flächensystem, das an einer Hexaëderfläche liegt, daher findet man an dieser Gestalt 6 vierzählige Flächensysteme. Von den 48 Kanten sind 12 längere, 12 kürzere und 24 mittlere. Unter den 26 Ecken gibt es 8 dreiflächige und gleichkantige, 6 vierflächige zweierleikantige und 12 vierflächige dreierleikantige. — Die 4 trigonalen Axen verbinden je zwei dreiflächige Ecken, die zugehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke und andere trigonale Flächen, der Mittelquerschnitt ist ein trigonales Zwölfeck mit abwechselnd gleichen Seiten. — Die 3 rhombischen Axen endigen sich in den vierflächigen zweierleikantigen Ecken; die zugehörigen Schnitte sind Rhomben und andere Flächen aus der rhombischen Reihe, der Hauptschnitt ist ein halbsymmetrisches Achteck. Diese Gestalt kommt am Eisenkiese und Glanzkobalt vor.

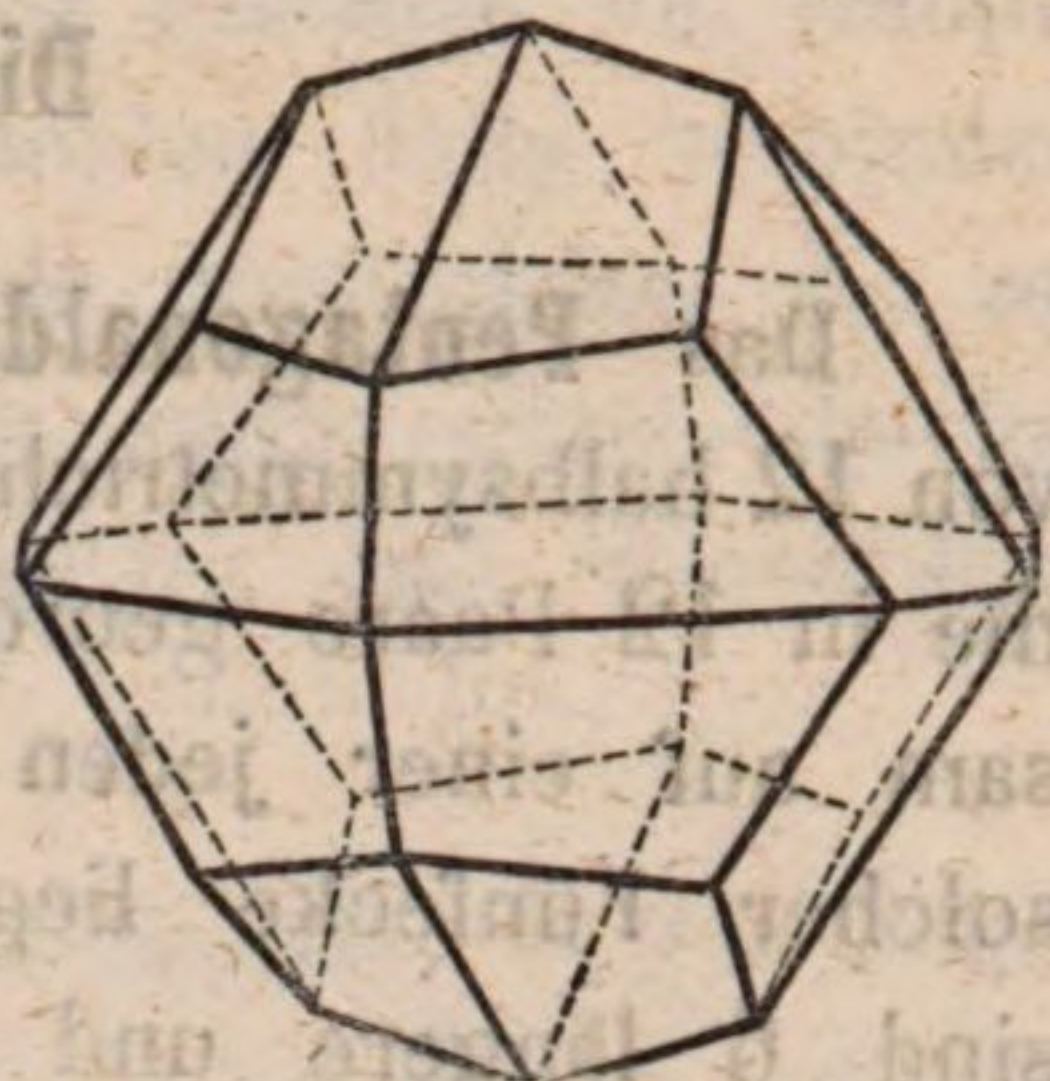


Fig. 36.

Die Trapezoidal-Ikositetraëder sind Hälften des Tetrakontaoktaëders. Stellt man sich diese Gestalt wie einen Würfel vor, an dessen Flächen je 8 ungleichseitige Dreiecke sich befinden, so entsteht ein Trapezoidal-Ikositetraëder daraus, wenn man an einem jeden solchen Flächensysteme zwei abwechselnd liegende Flächenpaare bis zum Verschwinden der übrigen vergrößert. Die vergrößerten Flächenpaare müssen sich jedoch mit den benachbarten vergrößerten Flächenpaaren immer kreuzen. Die Ableitung dieser Hälften geschieht auf dieselbe Weise, wie die der Pentagonal-dodekaëder aus dem hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraëder, nur dass hier Flächenpaare vergrößert werden, während man am hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraëder einzelne Flächen erweitert.

Nebst diesen, an Mineralien sich wirklich vorfindenden hemiëdrischen Gestalten hat die Theorie noch eine aufgestellt, und zwar das **Pentagonal-Ikositetraëder**, welches den Umriss eines Oktaëders mit je drei unregelmässigen Fünfecken an jeder seiner Flächen besitzt, und aus dem Tetrakontaoktaëder durch Vergrößerung einzelner, abwechselnd liegender Flächen bis zum Verschwinden der dazwischenliegenden entsteht.

Aus dieser Gestalt und dem Deltoid - Ikositetraeder, kann man durch Erweiterung der abwechselnden Flächensysteme, und aus dem tetraëdrischen Trigonal - Ikositetraeder durch Erweiterung einzelner abwechselnd liegender Flächen theoretisch noch Viertelgestalten ableiten, welche von 12 unregelmässigen Fünfecken umschlossen sind, die zu je 3 auf einer Tetraederfläche liegen. Sie heissen tetraëdrische Pentagonal dodekaeder.

Die Bezeichnung der hemiëdrischen Gestalten ist dieselbe wie die der holoëdrischen, nur mit dem Unterschiede, dass unter das Zeichen einer jeden holoëdrischen Form als Nenner 2 gesetzt wird, um die Hälfte anzudeuten. Da aber aus jeder zerlegbaren Gestalt zwei Hälften entstehen, die in umgekehrter Stellung sich befinden, so bezeichnet man sie mit den Zeichen + und — oder r und l.

Die Bezeichnung ist daher folgende:

	Nach Haidinger.	Nach Naumann.
Die Tetraeder	$+\frac{0}{2}, -\frac{0}{2};$	$+\frac{0}{2}, -\frac{0}{2}.$
Die Trigonal dodekaeder	$+\frac{nL}{2}, -\frac{nL}{2};$	$+\frac{mOm}{2}, -\frac{mOm}{2}.$
Die Deltoid dodekaeder	$+\frac{nG}{2}, -\frac{nG}{2};$	$+\frac{mO}{2}, -\frac{mO}{2}.$
Die tetraëdrischen Trigonal - Ikositetraeder	$+\frac{mAn}{2}, -\frac{mAn}{2};$	$+\frac{mOn}{2}, -\frac{mOn}{2}.$
Die Pentagonal dodekaeder	$r\frac{nF}{2}, l\frac{nF}{2};$	$\frac{\infty On}{2}.$
Die Trapezoidal - Ikositetraeder	$r\frac{nAm}{2}, l\frac{nAm}{2};$	$\left[\frac{mOn}{2}\right]$

Die Buchstaben r und l bei der ersteren Bezeichnung bedeuten **rechtes** und **linkes** Pentagonal - und Dyakisdodekaeder, und bezeichnen zugleich den Parallelismus der Flächen; die Klammer beim letzten Zeichen der zweiten Bezeichnung deutet den Unterschied von $\frac{mOn}{2}$, d. i. dem tetraëdrischen Trigonal - Ikositetraeder an.

Von den hemiëdrischen Gestalten ist das Tetraeder unveränderlich, weil seine Flächen auf je einer von den 4 trigonalen Halbaxen senkrecht stehen. Alle anderen sind veränderlich; in der That findet man in der Natur von jeder einige Varietäten vor, und zwar vom Trigonal dodekaeder zwei Varietäten, am häufigsten am Fahlerze

$\frac{202}{2}$; vom Deltoiddodekaëder zwei Varietäten, die häufigere ist $\frac{\frac{3}{2}0}{2}$ am Fahlerze; vom tetraëdrischen Trigonal-Ikositetraëder drei Varietäten, und zwar am Fahlerz $\frac{30\frac{3}{2}}{2}$, am Borazit $\frac{50\frac{5}{3}}{2}$, die dritte am Diamant mit abgerundeten Flächen. Von den Pentagonal-dodekaëdern kennt man 4 Varietäten, die häufigste am Eisenkies $\frac{\infty 0 2}{2}$; von Deltoid-Ikositetraëdern kennt man drei Varietäten, $\left[\frac{30\frac{3}{2}}{2}\right]$, $\left[\frac{402}{2}\right]$ und $\left[\frac{50\frac{5}{3}}{2}\right]$ am Eisenkiese.

Um einen schnellen Ueberblick über die Axenverhältnisse dieser einfachen tessularischen Gestalten zu gewinnen, werden sie folgendermassen zusammengestellt:

	Pyramidale	rhomboëdrische	prismatische
	Axen	Axen	Axen
Holoëdrische Gestalten haben	3	4	6
Hemiëdrische { geneigtflächige	3	4	—
Gestalten { parallelfächige	—	4	3

Die Combinationen.

Diese einfachen Gestalten verbinden sich sehr mannigfaltig unter einander, und aus diesen Verbindungen entstehen sehr zahlreiche Combinationen. Im Allgemeinen kann man als Regel annehmen, dass sich die holoëdrischen Gestalten untereinander und mit hemiedrischen combiniren, die geneigtflächigen hemiedrischen Formen ebenfalls unter einander und mit holoëdrischen, die parallelfächigen auch unter einander und mit holoëdrischen; nie aber verbinden sich geneigt- und parallelfächige hemiëdrische Gestalten mit einander.

Gewöhnlich ist an einer Combination eine Gestalt überwiegend ausgebildet und die anderen nur durch Schnitte angedeutet. Die erstere Gestalt heisst die vorherrschende, die andern sind die untergeordneten. Durch die Verbindung einiger Gestalten entstehen neue Kanten, welche keiner der combinirten Formen eigenthümlich zukommen, diese Kanten heissen Combinationenkanten. Wenn man die einzelnen, eine Combination zusammensetzenden Formen bestimmt, so hat man die Combination entwickelt. Will man eine Combination bezeichnen, so schreibt man alle, sie zusammensetzenden Gestal-

ten mit ihren eigenthümlichen Zeichen neben einander, und trennt jedes durch einen Punkt vom Folgenden.

Die untergeordneten combinirten Gestalten treten an den vorherrschenden als Abstumpfungen, Zuschärfungen und Zuspitzungen auf, ganz genau in derselben Weise, wie es bei der zweiten Art der Ableitung angegeben wurde. Daher kann diese Ableitung als Schlüssel zur Entwicklung aller Combinationen der holoëdrischen Formen dienen. Da es für den Zweck dieses Büchleins nicht möglich ist, alle oder nur die meisten Combinationen bildlich darzustellen, so wurden nur einige derselben gleichsam als Muster im Folgenden beigesetzt.

H. O.
 ∞ 0 ∞ . 0.

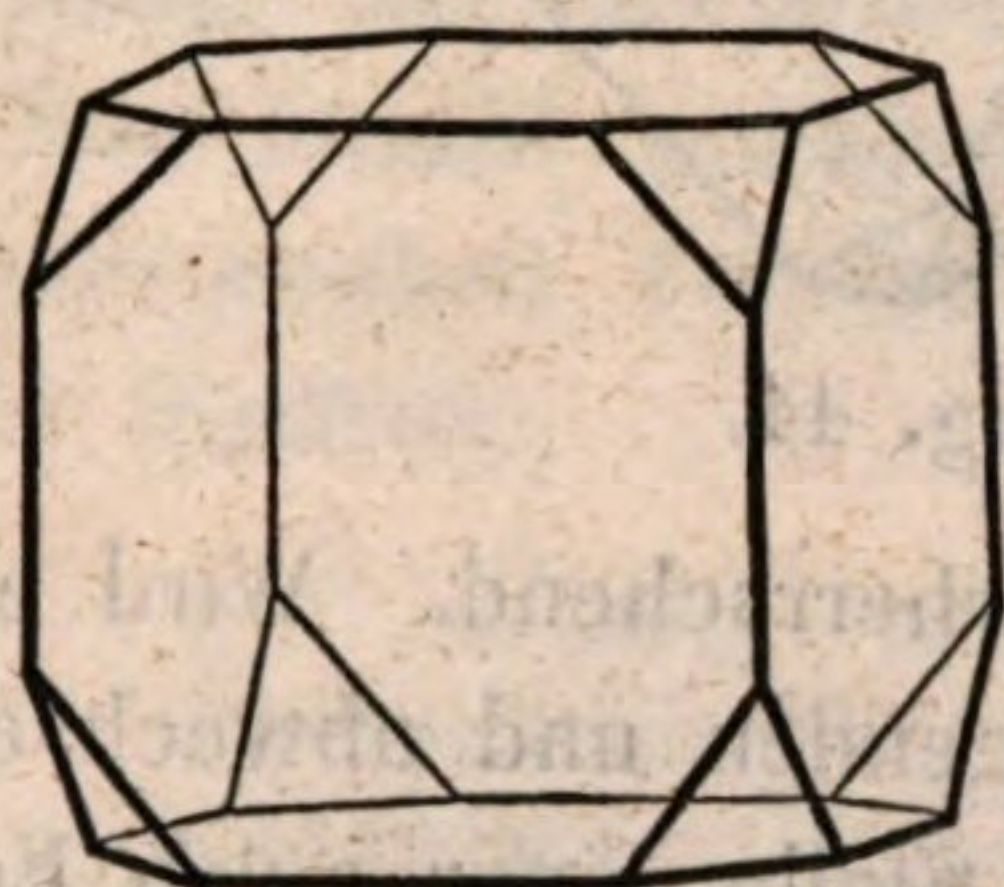


Fig. 37.

H. D.
 ∞ 0 ∞ . ∞ 0.

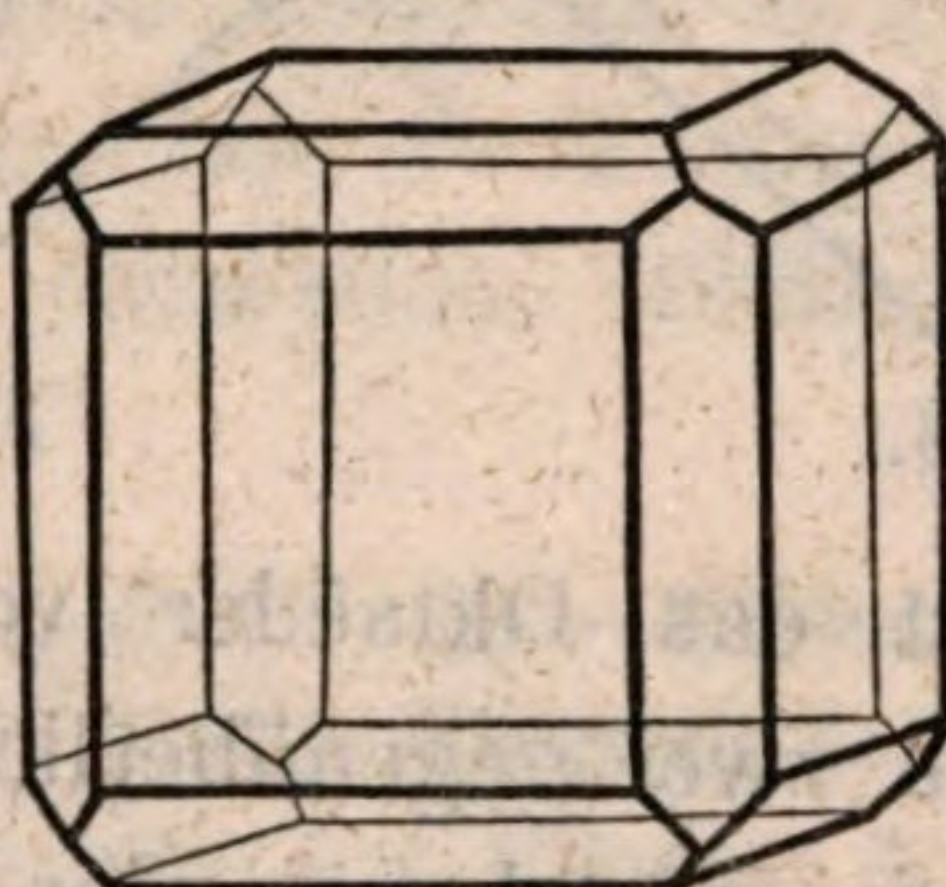


Fig. 38.

H. n L.
 ∞ 0 ∞ . m 0 m.

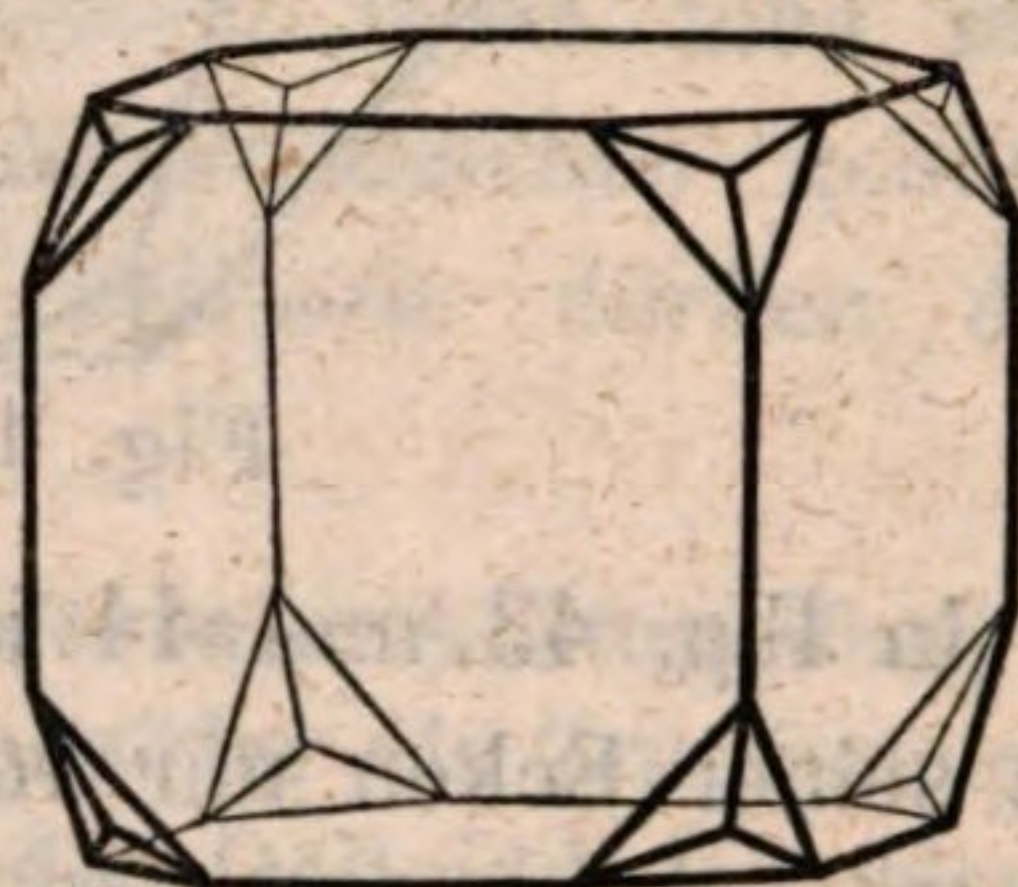


Fig. 39.

In der Abbildung Fig. 37, 38, 39 ist das Hexaëder die vorherrschende Gestalt, in Fig. 37 sind seine Ecken abgestumpft, wodurch ein Oktaëder angedeutet ist; in Fig. 38 sind dessen Kanten abgestumpft, wodurch das Rhombendodekaëder angedeutet wird, und in Fig. 39 sind die Ecken von der Fläche zugespitzt, was ein Deltoid-Ikositetraëder gibt. Es würde das Oktaëder, Rhombendodekaëder und das Deltoid-Ikositetraëder aus dem Hexaëder wirklich entstehen, wenn man diese Abstumpfung oder Zuspitzung bis zum Verschwinden der Würfel Flächen fortsetzen möchte. Die Bezeichnung der Combination ist oben ersichtlich. Die obere Beziehung ist nach Haidinger, die untere nach Naumann.

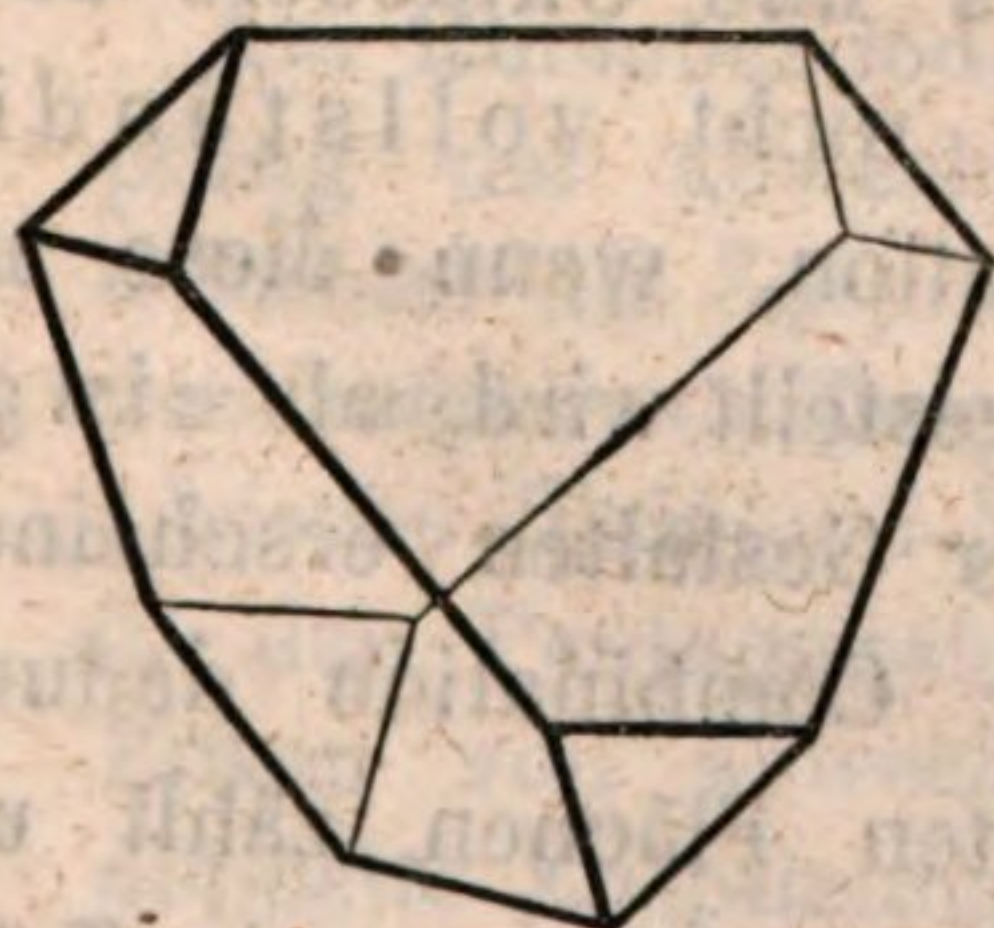


Fig. 40.

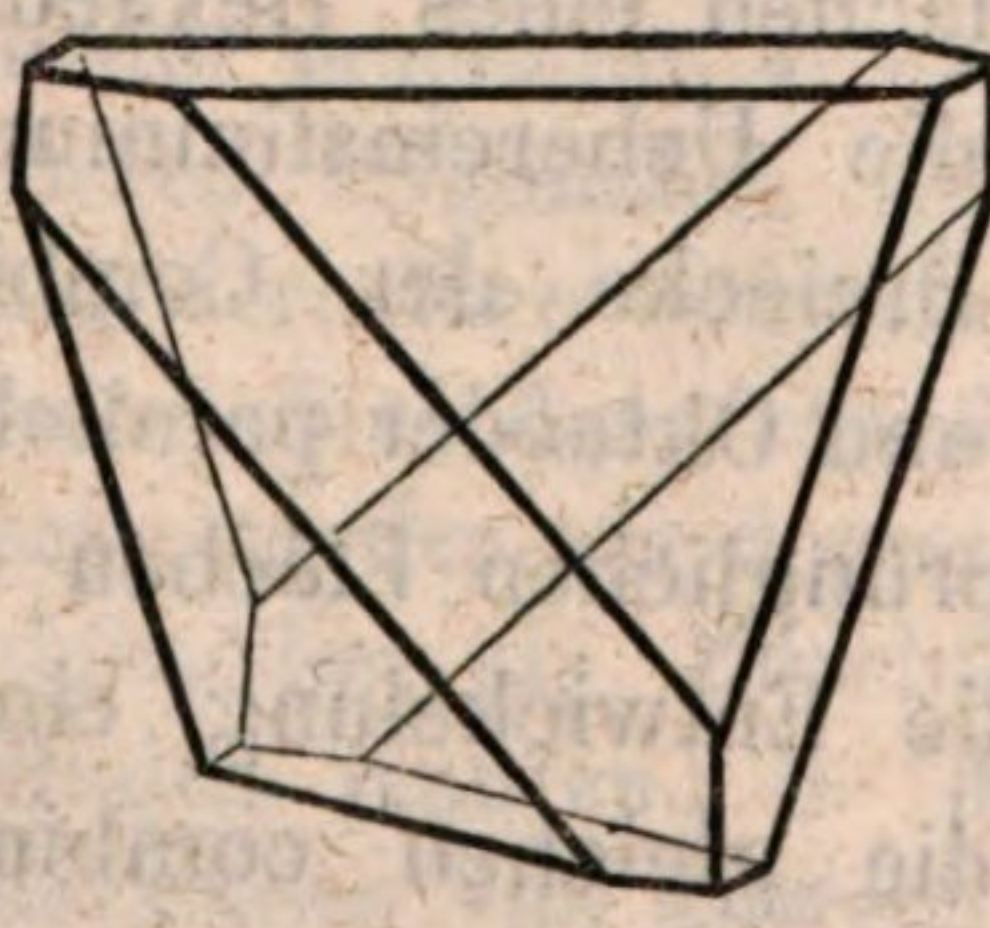


Fig. 41.

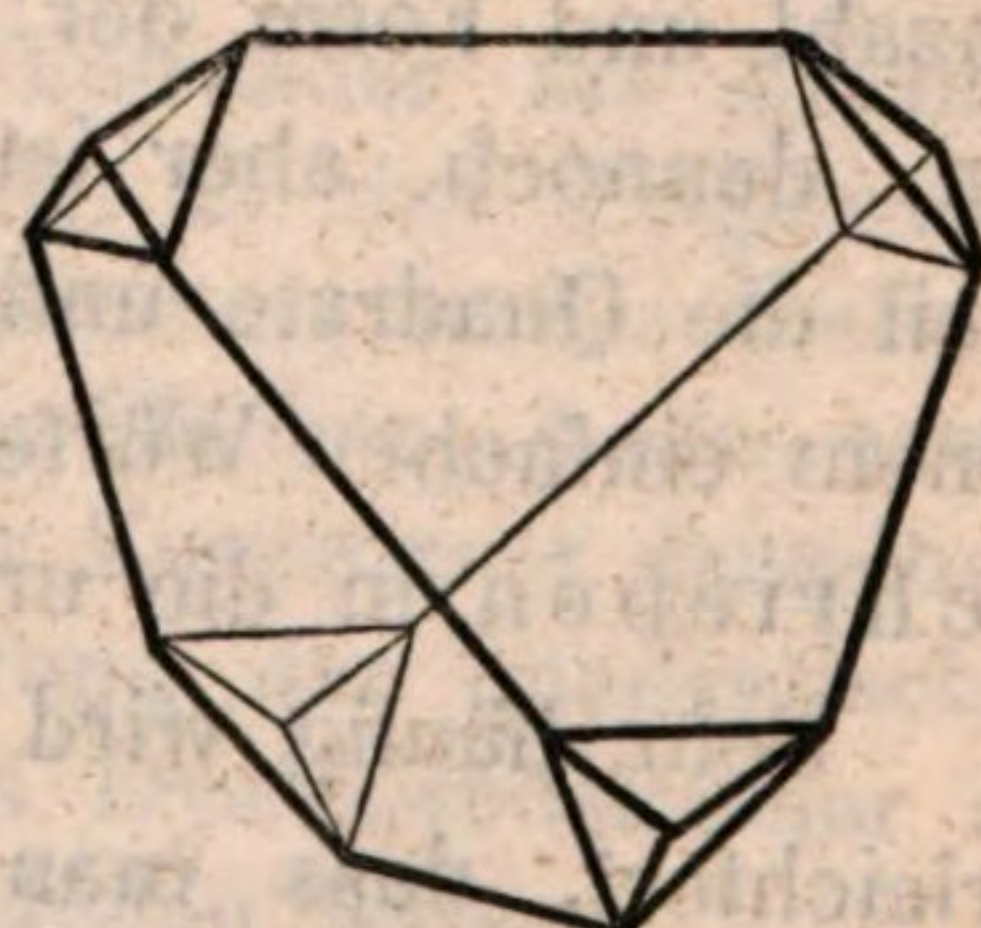


Fig. 42.

In der Abbildung Fig. 40, 41, 42 ist das Tetraëder vorherrschend, dessen Ecken in Fig. 40 und die Kanten in Fig. 41 abgestumpft, die

Ecken aber in Fig. 42 von der Fläche zugeschärft sind. Durch die Abstumpfung der Ecken des Tetraëders entsteht das Gegentetraëder; durch die Abstumpfung der Kanten desselben entsteht ein Würfel, und durch Zuspitzung der Ecken von der Fläche entsteht ein Rhombendodekaëder in dem Falle, wenn einer jeden Zuspitzungsfläche eine ihr genau parallele entspricht, wie es hier der Fall ist.

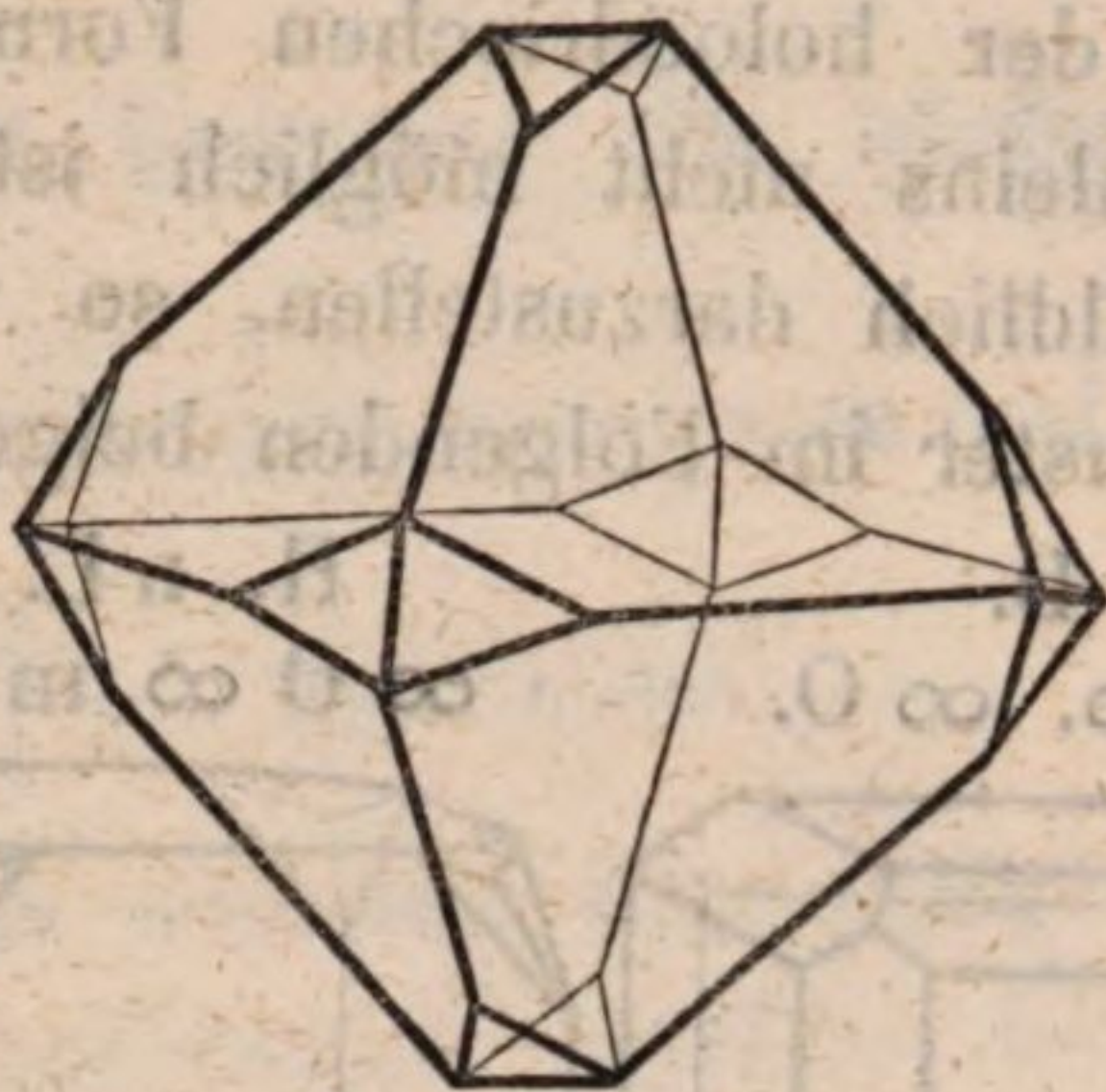


Fig. 43.

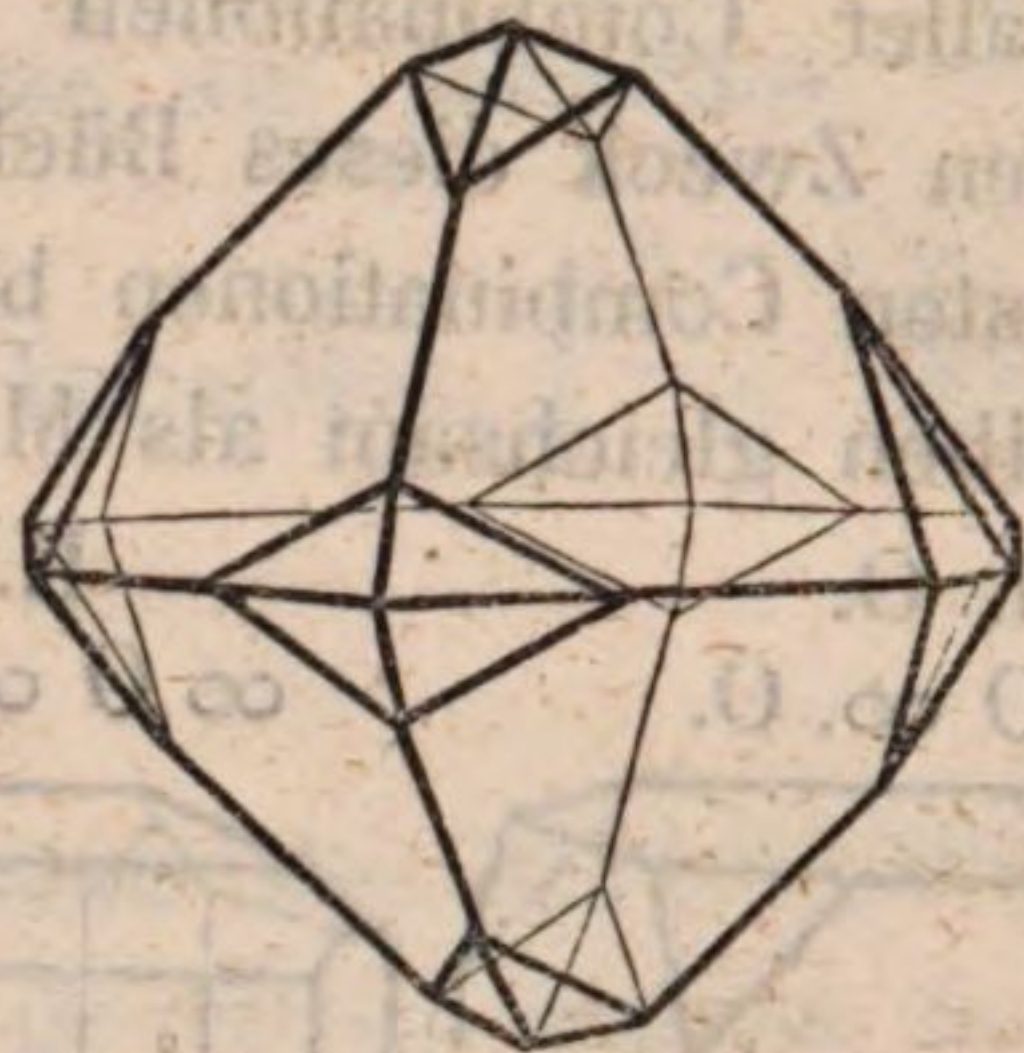


Fig. 44.

In Fig. 43 und 44 ist das Oktaëder vorherrschend. Wird eine jede seiner Ecken nur von zwei gegenüberliegenden und abwechselnden Kanten, zugeschärft, so entsteht an der Stelle einer jeden Ecke eine Kante und die Dreiecke, welche diese Kante bilden, bezeichnen ein Pentagonal-dodekaëder, wie in Fig. 43; wird aber eine jede Oktaëderecke von abwechselnden Kanten doppelt zugespitzt, so gehören diese Zuspitzungsflächen einem Deltoid-Ikositetraëder (Fig. 44.)

Nie lasse man sich jedoch bei der Entwicklung einer Combination durch die Form der combinirten Flächen bestimmen. Diese können sehr verschieden sein, aber nie stimmen sie ganz genau mit den ursprünglichen Flächen der einfachen Gestalten, welche combinirt sind, überein. Wenn z. B. in der Combination des Hexaëders mit dem Oktaëder das erstere mit 6 Quadraten, das letztere mit 8 gleichseitigen Dreiecken vorhanden ist, so stimmt dies zwar mit der Anzahl und Form der Flächen eines Hexaëders und Oktaëders überein, dennoch aber ist die Uebereinstimmung nicht vollständig, weil die Quadrate und Dreiecke der Combination, wenn diese mit einem einfachen Würfel und Oktaëder parallel gestellt wird, als eingeschrieben in die ursprünglichen Flächen der Gestalten erscheinen.

Sehr häufig wird die Entwicklung einer Combination dadurch erleichtert, dass man die gleichen combinirten Flächen zählt und ihre Lage berücksichtigt; 4 gleiche Flächen geben immer ein Tetraëder, 6 ein Hexaëder, 8 ein Oktaëder, 12 parallele ein Rhomben- oder Pentagonal-dodekaëder; 12 nicht parallele ein Trigonal- oder

Deltoiddodekaëder; 24 parallele entweder ein homoëdrisches Ikositetraëder oder das Dyakisdodekaëder, 24 nicht parallele das tetraëdrische Trigonalikositetraëder und 48 das Tetrakontaoktaëder. Um nun z. B. zu bestimmen, welcher Gestalt gewisse 24 Flächen gehören, thut man am besten, die Combination mit einem Hexaëder oder Oktaëder parallel zu stellen, und nach der Lage der Combinationsflächen gegen die Axen des Oktaëders oder Hexaëders kann man dann leicht die combinirte Gestalt erkennen.

Eben so leicht bestimmt man die hemiëdrischen Formen an homoëdrischen, wenn diese letzteren vorherrschend sind. Denn dieselben Schnitte, welche an Kanten und Ecken angebracht werden müssen, um homoëdrische Gestalten abzuleiten, muss man in der halben Anzahl anbringen, um die zu den homoëdrischen gehörigen hemiëdrischen Formen abzuleiten. Einige Beispiele dürften dieses klar machen:

Am Hexaëder erscheint 1. das Tetraëder als Abstumpfung der abwechselnden Ecken; 2. das Trigonal-dodekaëder als Zuspitzung der abwechselnden Ecken von der Fläche; 3. das Deltoiddodekaëder als Zuspitzung der abwechselnden Ecken von der Kante; 4. das tetraëdrische Trigonalikositetraëder als doppelte Zuspitzung der abwechselnden Ecken; 5. das Pentagonal-dodekaëder als einfache Zuschärfung aller Kanten in abwechselnder Lage; 6. das Dyakisdodekaëder als dreiflächige, jedoch schiefe Zuspitzung der Ecken.

Am Oktaëder erscheint. 1. das Trigonal-dodekaëder als Zuspitzung der Ecken von den abwechselnd liegenden Flächen; 2. das Deltoiddodekaëder als einfache Zuschärfung der sämtlichen Kanten von den abwechselnd liegenden Flächen; 3. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als doppelte Zuspitzung der Ecken von den abwechselnden Flächen; 4. das Pentagonal-dodekaëder als Zuschärfung der Ecken von den abwechselnden Kanten (wie Fig. 43.); 5. das Dyakisdodekaëder als doppelte Zuspitzung der Ecken von den abwechselnden Kanten (wie in Fig. 44.).

Am Rhombendodekaëder erscheint 1. das Tetraëder als Abstumpfung der abwechselnden trigonalen Ecken; 2. das Trigonal-dodekaëder als Zuspitzung derselben von den Kanten; 3. das Deltoiddodekaëder als Zuspitzung derselben von den Flächen, 4. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als doppelte Zuspitzung derselben; 5. das Pentagonal-dodekaëder als Zuschärfung der quadratischen Ecken von abwechselnden Kanten; 6. das Dyakisdodekaëder als doppelte Zuspitzung derselben von abwechselnden Kanten.

Am hexaëdrischen Trigonal-Ikositetraëder erscheint 1. das Tetraëder als Abstumpfung der abwechselnden sechsflächigen Ecken, 2. das Trigonal-dodekaëder als Zuspitzung derselben Ecken von den charakteristischen Kanten; 3. das Deltoiddodekaëder als Zuspitzung

derselben Ecken von den Hexaëderkanten; 4. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als Zuspitzung derselben Ecken von den Flächen; 5. das Dyakisdodekaëder als Zuspitzung aller sechsflächigen Ecken von den abwechselnden Flächen.

Am oktaëdrischen Trigonal-Ikositetraëder erscheint 1. das Tetraëder als Abstumpfung der abwechselnden dreiflächigen Ecken; 2. das Trigonal-dodekaëder als Zuspitzung der quadratischen oder trigonalen Ecken von den charakteristischen Kanten der abwechselnden Flächensysteme, oder als Abstumpfung dieser Kanten; 3. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als Zuspitzung der quadratischen Ecken von den Flächen der abwechselnden Flächensysteme, oder als doppelte Zuspitzung der abwechselnden trigonalen Ecken; 4. das Pentagonal-dodekaëder als Zuschärfung der achtflächigen Ecken von den abwechselnd liegenden oktaëdrischen Kanten; 5. das Dyakis-dodekaëder als Zuspitzung der achtflächigen Ecken von je zwei Flächen, die an den abwechselnden langen Kanten liegen.

Nach diesen Beispielen sind die Combinationen am Deltoid-Ikositetraëder und dem Tetrakontaoktaëder leicht einzusehen.

An den hemiëdrischen Gestalten treten die gewöhnlichsten Combinationen folgendermassen auf:

Am Tetraëder, 1. das Hexaëder als Abstumpfung der Kanten; 2. das Rhombendodekaëder als Zuspitzung der Ecken von den Flächen, aber so, dass jede Combinationfläche eine ihr parallele antrifft, wenn dieses nicht stattfindet, so gehören sie 3. einem Deltoiddodekaëder; 4. das Gegentetraëder als Abstumpfung der Ecken; 5. das Trigonal-dodekaëder als Zuschärfung der Kanten; 6. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als doppelte Zuspitzung der Ecken.

Am Trigonal-dodekaëder erscheint 1. das Hexaëder als Abstumpfung der langen Kanten; 2. das Rhombendodekaëder als Zuspitzung der sechsflächigen Ecken von den charakteristischen Kanten, so dass die neuen Flächen gegen einander parallel zu liegen kommen, sind sie aber geneigt, so gehören sie 3. einem Deltoiddodekaëder an; 4. das Tetraëder als Abstumpfung einer Art Ecken, 5. das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder als Zuspitzung der sechsflächigen Ecken von den Flächen, oder als doppelte Zuspitzung der dreiflächigen Ecken, oder als Zuschärfung der kurzen Kanten.

Das Deltoiddodekaëder kommt nie als selbständige Form vor.

Das tetraëdrische Trigonal-Ikositetraëder kommt sehr selten selbständig und da noch abgerundet vor, so dass seine einzelnen Flächen, Kanten und Ecken kaum zu unterscheiden sind.

Am Pentagonal-dodekaëder erscheint das Hexaëder als Abstumpfung der langen Kanten, das Oktaëder als Abstumpfung der gleichkantigen Ecken, ein Dyakisdodekaëder als Zuspitzung dieser Ecken von den Flächen.

Das Dyakisdodekaëder erfährt durch ein Hexaëder eine Abstumpfung der rhombischen Ecken, durch das Oktaëder eine Abstumpfung

der trigonalen Ecken, durch ein Pentagonal-dodekaeder eine Abstumpfung der längsten oder kürzesten Kanten, oder Zuspitzung der zweierleikantigen Ecken von diesen Kanten.

Wenn mehrere Gestalten in einer Combination vorkommen, so kann man eine jede nach den vorangeschickten Andeutungen mit Leichtigkeit bestimmen.

§. 9. Das rhomboëdrische Krystallsystem.

Die Gestalten dieses Systemes besitzen die trigonale Hauptaxe und drei Nebenaxen, die in einer Ebene liegen, und sich unter Winkeln von 60° schneiden.

Dieses System gehört unter die einaxigen Systeme, weil seine Gestalten eine einzige Hauptaxe haben. Die einfachen Gestalten desselben sind:

Nach Mohs,	Haidinger,	Naumann,	Weiss.
1. Das Rhomboëder.	Rhomboëder.	Rhomboëder.	Rautenflächner.
2. Die gleichkantige sechsseitige Pyramide.	Quarzoid.	Hexagonale Pyramide.	Sechsgliedrige Doppelpyramide.
3. Die ungleichkantige sechsseitige Pyramide.	Skalenoëder.	Hexagonales Skalenoëder.	Drei und Dreikantner.
4. Die Dipyramide.	Berylloid.	Dihexagonale Pyramide.	Sechs und Sechskantner.
5. Pyramidenähnliche, von Trapezoiden begränzte Gestalten.	Plagiëder.	Trigonale Trapezoëder.	—
6. Pyramidenähnliche gleichkantige sechsseitige Gestalten.	Diplagiëder.	Hexagonale Trapezoëder.	—

Die holoëdrischen Gestalten.

Das **Rhomboëder** (Fig. 45. 46.) ist von 6 gleichen und ähnlichen Rhomben umschlossen, deren je eine Diagonale horizontal, die andere geneigt ist; von den 12 Kanten vereinigen sich 6 gleiche zu je dreien in den gleichkantigen Ecken, welche man Spitzen nennt; diese Kanten heissen Axenkanten, die übrigen 6 Kanten heissen Mittel- oder Seitenkanten, sie liegen im Zickzack um die Mitte der Gestalt und vereinigen sich je zwei mit einer Axenkante zu den 6 zweierlei-

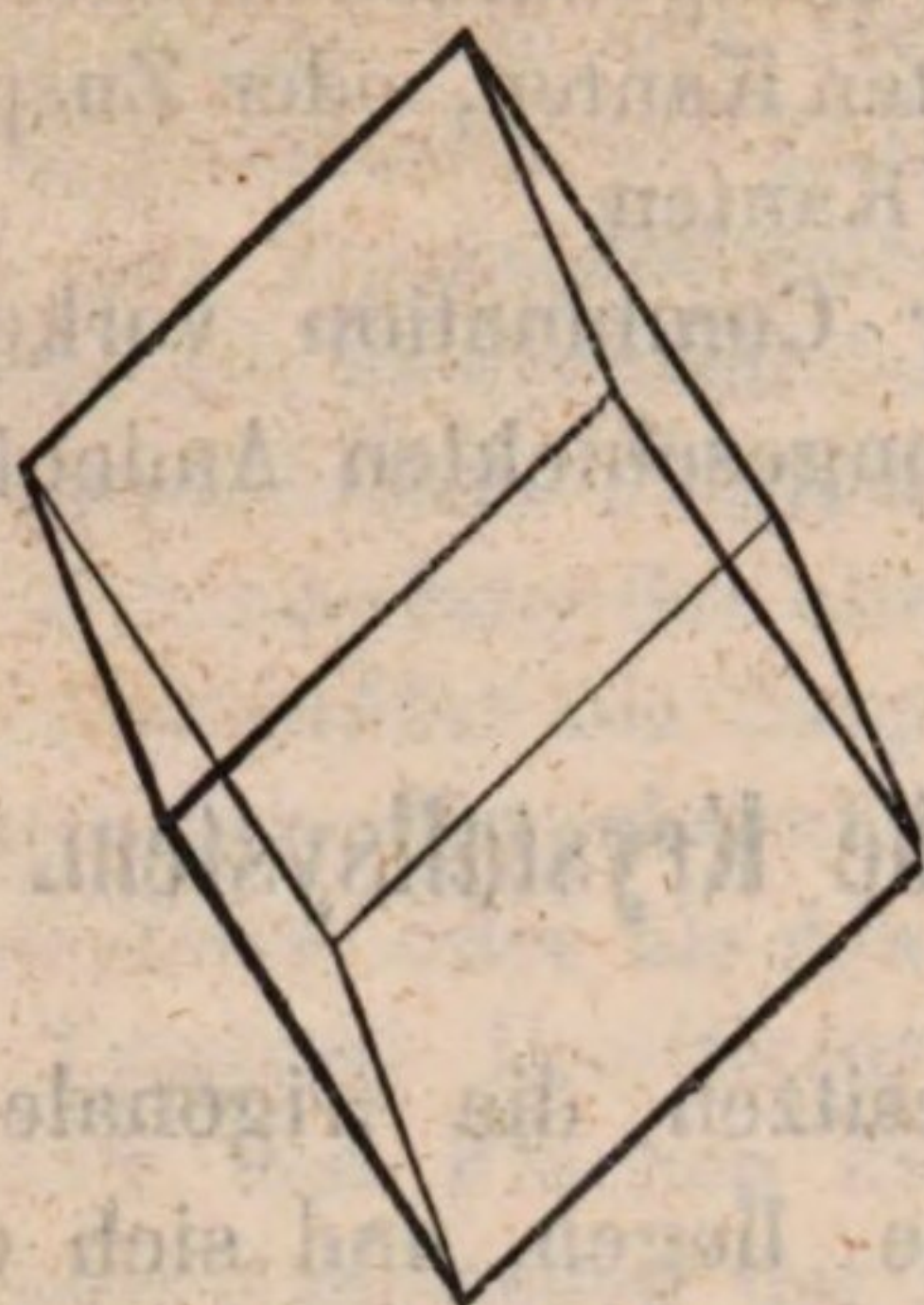


Fig. 45.

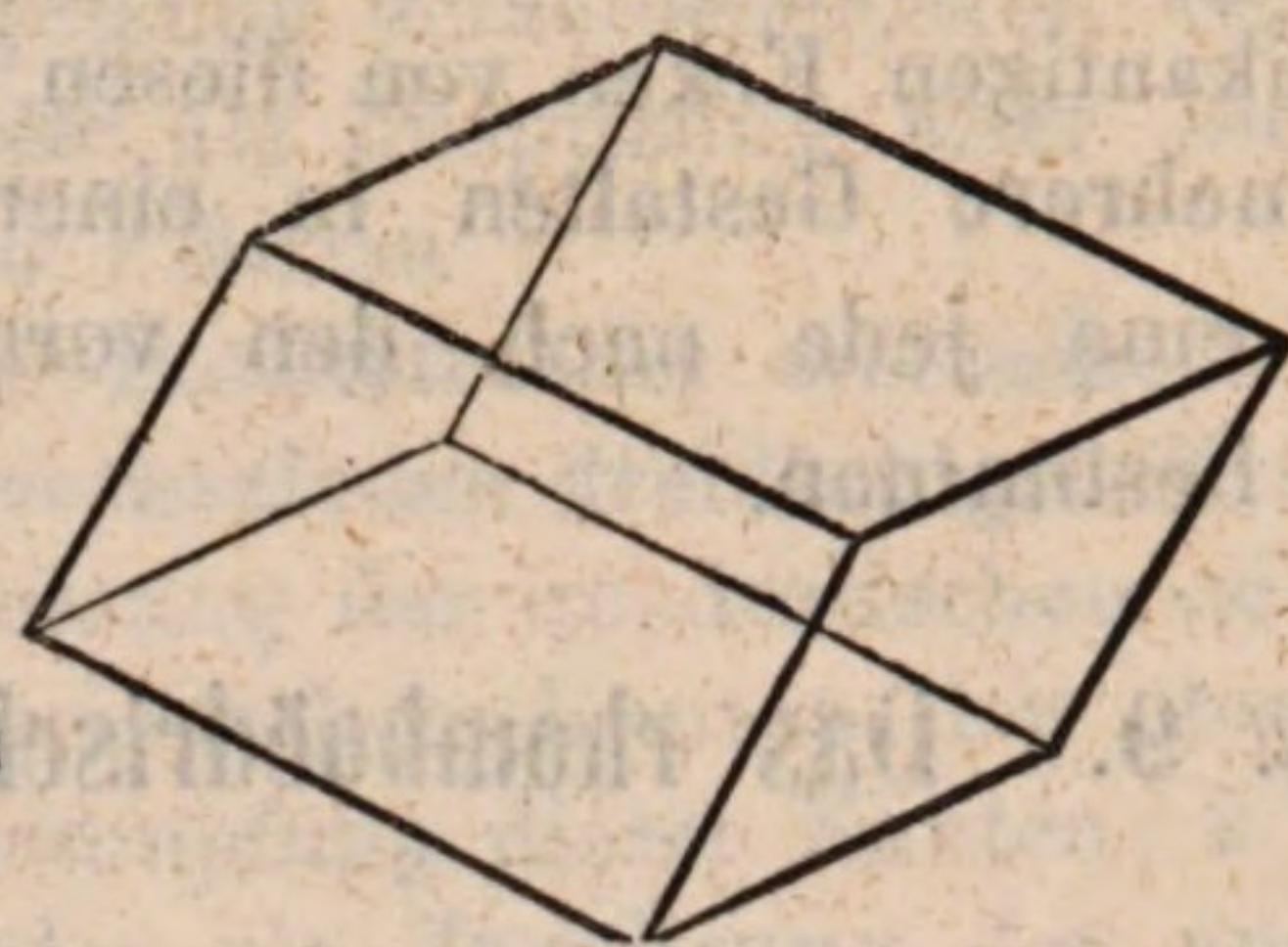


Fig. 46.

kantigen Ecken, die in zwei Ebenen liegen. Die Kanten stehen in einem bestimmten Verhältnisse zu einander, so zwar, dass eine Axen- und eine Seitenkante zu 180° sich ergänzen. Deshalb kann es eine unzählige Menge Rhomboëder geben, je nachdem die Axenkanten stumpfer oder schärfer sind. Alle Rhomboëder, deren Axenkanten über 90° betragen, sind stumpfe Rhomboëder (Fig. 46); betragen aber die Axenkanten weniger als 90° , so sind die Rhomboëder spitzig (Fig. 45). Als Mittelgestalt zwischen stumpfen und spitzigen Rhomboëdern steht der Würfel, dessen Kanten 90° betragen, und der einem Rhomboëder ähnlich ist, wenn man ihn mit einer rhomboëdrischen Axe aufrecht stellt. Er kann jedoch nie als ein Rhomboëder vorkommen. — Die Hauptaxe verbindet die Spitzen, und die zugehörigen Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, so lange sie blos die Axenkanten treffen, die Schnitte durch die Mittelkanten aber sind gleichwinklige Sechsecke, der Mittelquerschnitt ist ein reguläres Sechseck. Die Nebenaxen verbinden je zwei parallele Mittelkanten, die zugehörigen Schnitte sind Rhomboide, deren grösste zugleich Hauptschnitte sind. — Die horizontale Projection eines Rhomboëders ist ein reguläres Sechseck. Durch 2 Schnitte, welche je 3 Seitenecken treffen wird ein Rhomboëder in drei gleich lange Stücke getheilt, deren zwei halbe dreiseitige Pyramiden darstellen, das dritte oder Mittelstück aber eine von 8 Dreiecken umschlossene Gestalt bildet. — Die Rhomboëder kommen selbständig am Kalkspath, Spath-eisenstein, Chabasit, viel häufiger aber in Combinationen am Quarz und anderen Mineralien vor.

Die **hexagonale Pyramide** (Fig. 47. 48.) ist von 12 gleichschenkelichen, in zwei sechszähligen Flächensystemen vereinigten Dreiecken umschlossen; von ihren 18 Kanten sind 12 gleich und heissen Axen-

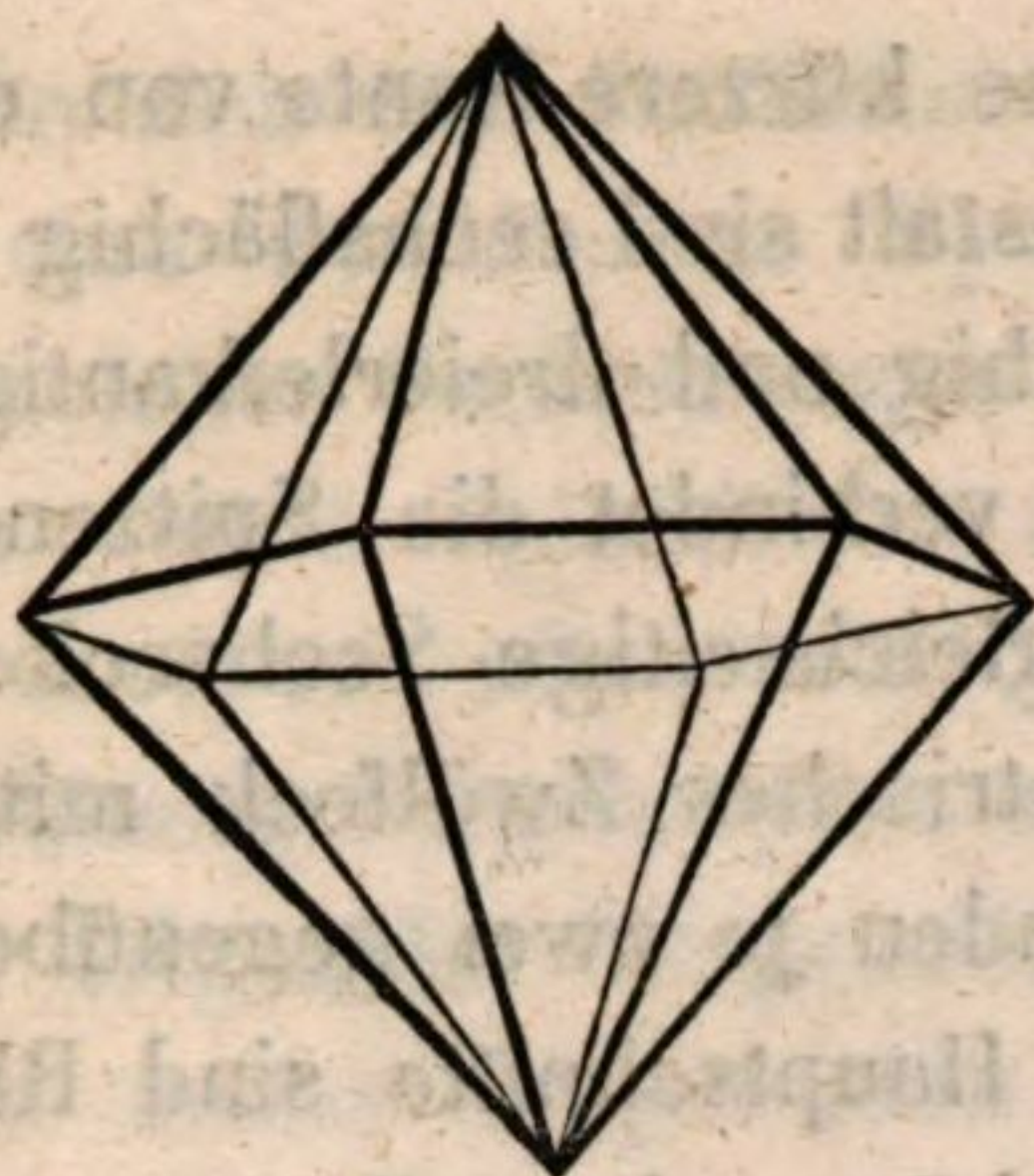


Fig. 47.

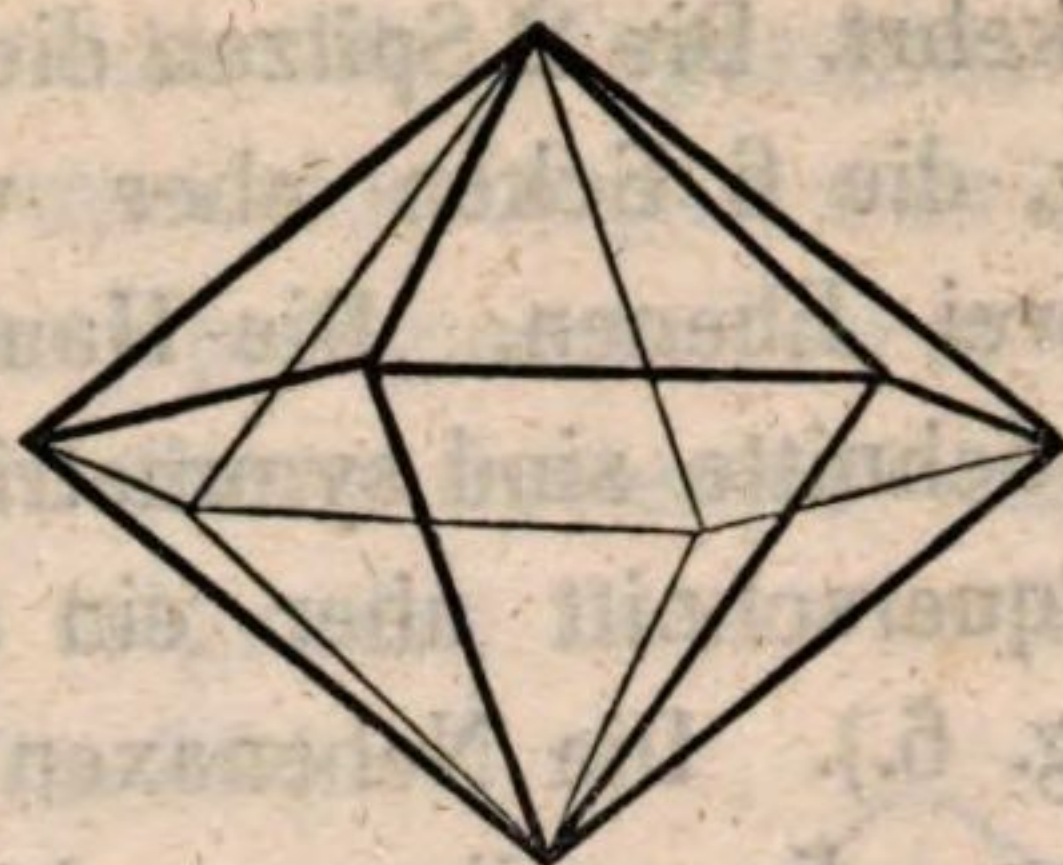


Fig. 48.

kanten, die übrigen, ebenfalls gleichen und in einer Ebene liegenden, heissen Basenkanten, weil sie die Basis der Pyramide umgeben. Von den 8 Ecken sind die zwei Spitzen sechsflächig und gleichkantig, die 6 Ecken sind vierflächig und zweierleikantig. Die Hauptaxe verbindet die Spitzen; die Schnitte sind reguläre Sechsecke, deren grösstes ein Hauptschnitt ist. Die Nebenaxen verbinden je zwei Ecken, die Schnitte sind Rhomben und halbsymmetrische Achtecke. Durch je zwei parallele Basenkanten kann man ebenfalls Axen ziehen, diese sind aber bloss Zwischenaxen, zu deren jeder ein Hauptschnitt gehört. Nach der Länge der Axe unterscheidet man spitzigere (Fig. 47.) und stumpfere (Fig. 48.) Pyramiden. Diese Gestalt kommt selbständig am Quarz vor, in Combinationen am Apatit, Grünbleierz, Smaragd.

Das **Skalenoëder** (Fig. 49. 50.) ist von 12 ungleichseitigen Drei-

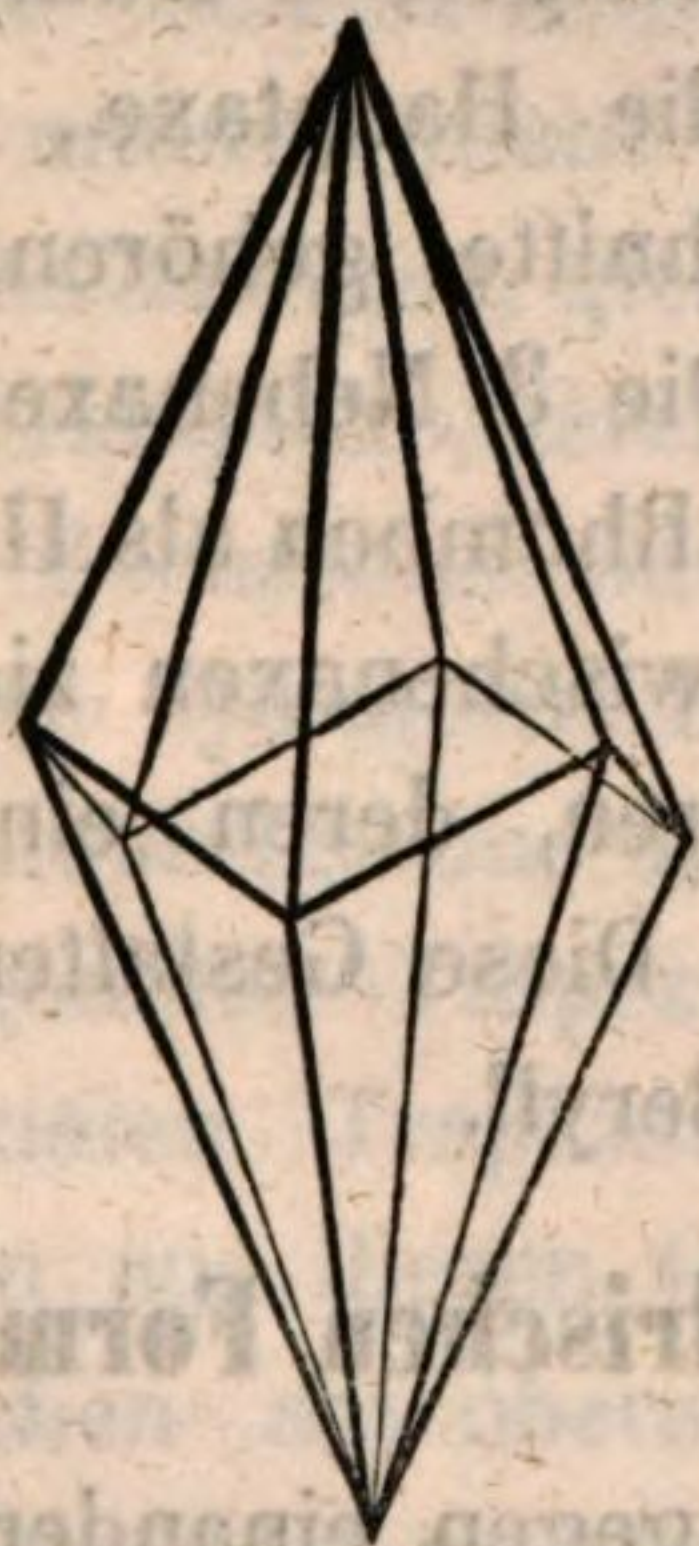


Fig. 49.

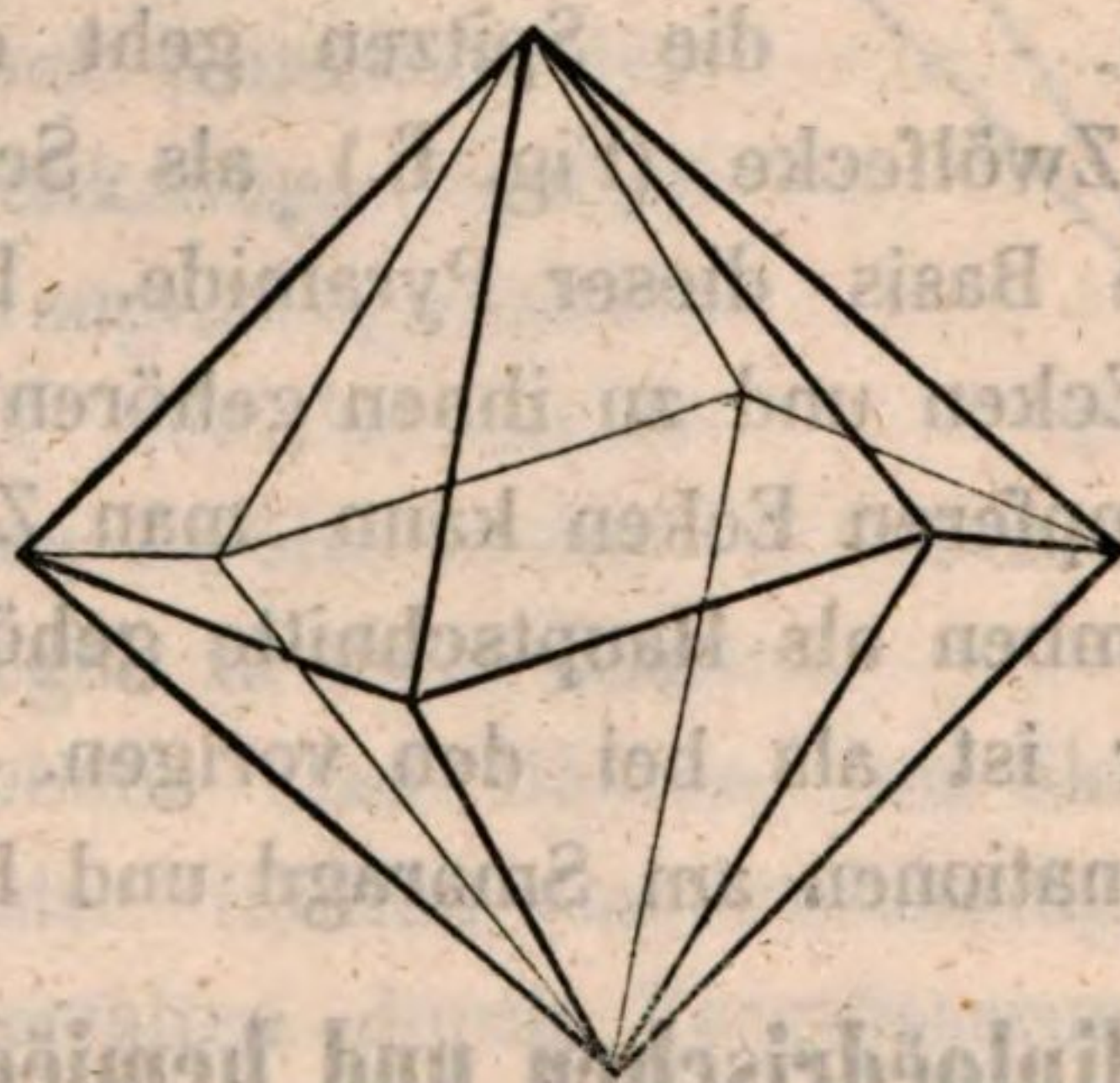


Fig. 50.

ecken (Skalenen) umschlossen, die in Paare vertheilt sind, von denen je 3 ein sechszähliges Flächensystem bilden. Von seinen 18 Kanten sind 6 längere und 6 kürzere Axenkanten, und 6 im Zickzack wie am Rhomboëder um die Gestalt liegende Seitenkanten. Die längeren Axenkanten sind stumpfer, die kürzeren schärfer und sie liegen

so, dass eine jede längere, obere, auf eine kürzere Kante von unten trifft und umgekehrt. Die 2 Spitzen dieser Gestalt sind sechsflächig und zweierleikantig, die 6 Ecken aber vierflächig und dreierleikantig, sie liegen in zwei Ebenen. Die Hauptaxe verbindet die Spitzen; die zugehörigen Schnitte sind symmetrische, gleichseitige Sechsecke (Fig. 4), der Mittelquerschnitt aber ein symmetrisches Zwölfeck mit gleichen Seiten (Fig. 6.). Die Nebenaxen verbinden je zwei gegenüberliegende Mittelkanten, die zu ihnen gehörigen Hauptschnitte sind Rhomboide. Je nachdem die Hauptaxe länger oder kürzer ist, gibt es auch spitzigere (Fig. 49.) und stumpfere (Fig. 50.) Skalenoëder. Selbstständig kommt diese Gestalt am Kalkspathe vor, in Combinationen am Turmalin, Rothgiltigerz und anderen Mineralien.

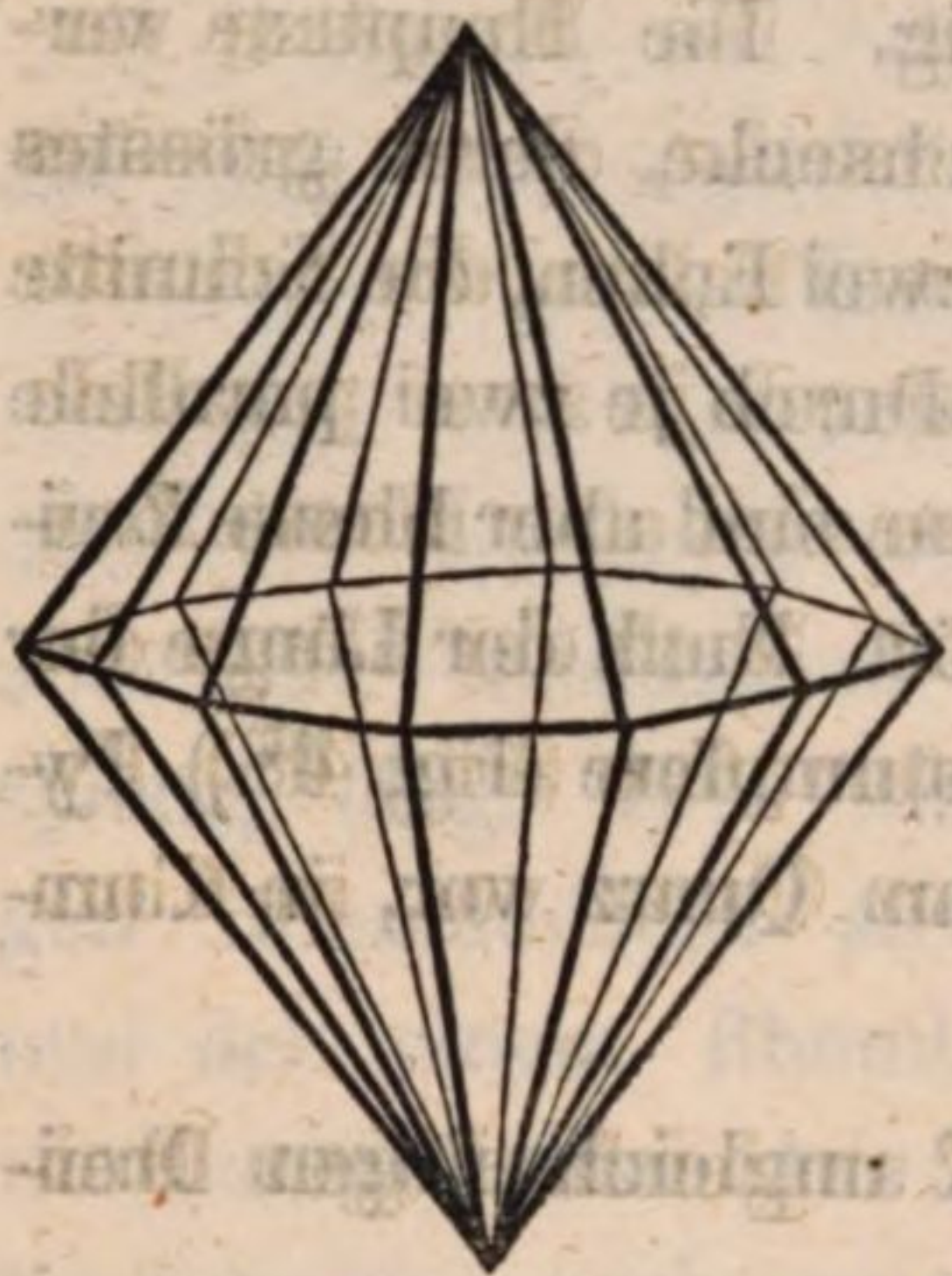


Fig. 51.

Die **zwölfseitige Pyramide** (Fig. 51.) ist von 24 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, die in zwei zwölfzähligen Systemen paarweise gruppirt sind. Von den 36 Kanten sind 24 Axenkanten und 12 gleiche Basenkanten. Die 2 Spitzen sind zwölfblächig und zweierleikantig; denn von ihren Axenkanten sind je 6 stumpfere und 6 schärfere, und die gleichen treffen von der oberen und unteren Spitze auf einander. Die 12 Ecken sind vierflächig und zweierleikantig, 6 jedoch spitziger, 6 stumpfer. Durch die Spitzen geht die Hauptaxe, zu welcher symmetrische Zwölfecke (Fig. 6.) als Schnitte gehören, der Hauptschnitt ist die Basis dieser Pyramide. Die 3 Nebenaxen verbinden die schärfern Ecken und zu ihnen gehören Rhomben als Hauptschnitte; durch die stumpferen Ecken kann man Zwischenaxen ziehen, zu denen auch Rhomben als Hauptschnitte gehören, deren eine Diagonale jedoch kleiner ist als bei den vorigen. Diese Gestalten erscheinen nur als Combinationen am Smaragd und Beryll.

Die diploëdrischen und hemiëdrischen Formen.

Wenn zwei gleiche, aber um 60° gegen einander verwendete Rhomboëder sich so verbinden, dass sie auf eine und dieselbe Hauptaxe gebracht sind, so schneiden sich ihre Flächen beiderseitig in der Art, dass eine Gestalt resultirt, die einer hexagonalen Pyramide vollkommen gleicht. Solche Gestalten heissen **Dirhomoëder** und an Krystallen sind die Flächen eines jeden, zur Zusammensetzung einer solchen Pyramide beitragenden, Rhomboëders deutlich zu unterscheiden.

Wenn sich auf ähnliche Weise zwei Skalenoëder verbinden, so entsteht eine zwölfseitige Pyramide oder die **Dipyramide**. Das Verhältniss solcher Verbindungen nennt man die **Diploëdrie**, und die Gestalten selbst **diploëdrisch** oder **Doppelgestalten**.

Die hemiëdrischen Gestalten dieses Systemes wurden bisher nie selbständig aufgefunden; es sind folgende:

Das **trigonale Trapezoëder** (Fig. 52.)

wird von sechs Trapezoiden umschlossen.

Von seinen 12 Kanten sind 6 gleiche Axen-

kanten, die oberen und unteren treffen je-

doch nicht auf einander; die sechs übrigen

Kanten sind abwechselnd längere und kür-

zere Seitenkanten. Die gleichkantigen Spitzen

verbindet die Hauptaxe; die zu ihr gehörigen

Schnitte sind gleichseitige Dreiecke, der Mittelquerschnitt ist ein sym-

metrisches Sechseck, die 6 Ecken sind dreiflächig und ungleichkan-

tig, und liegen in 2 Ebenen.

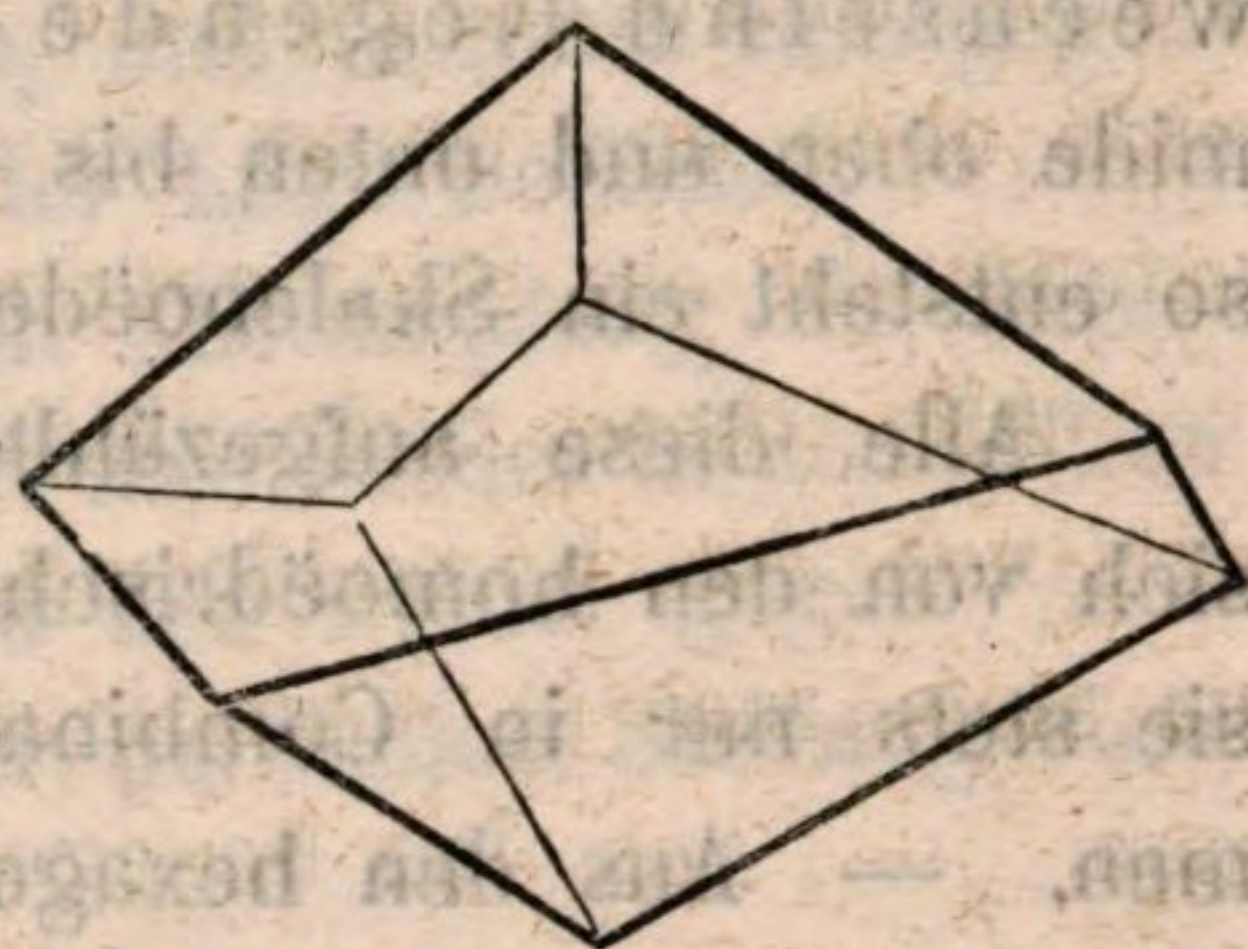


Fig. 52.

Das **hexagonale Trapezoëder** (Fig. 53.)

ist eine von zwölf in zwei sechszähligen Sy-

stemem vereinigten Trapezoiden begränzte Ge-

stalt. Von ihren 24 Kanten sind 12 gleiche

Axenkanten, und 12 abwechselnd längere

und kürzere Seitenkanten, von denen die

oberen und unteren nicht auf einander tref-

fen. Die sechsflächigen, gleichkantigen Spitzen

verbindet die Hauptaxe, deren zugehörige Schnit-

te reguläre Sechsecke sind, der Mittelquer-

schnitt ist ein symmetrisches Zwölfeck, die 12 Ecken sind dreiflächig

und ungleichkantig, und liegen in zwei Ebenen.

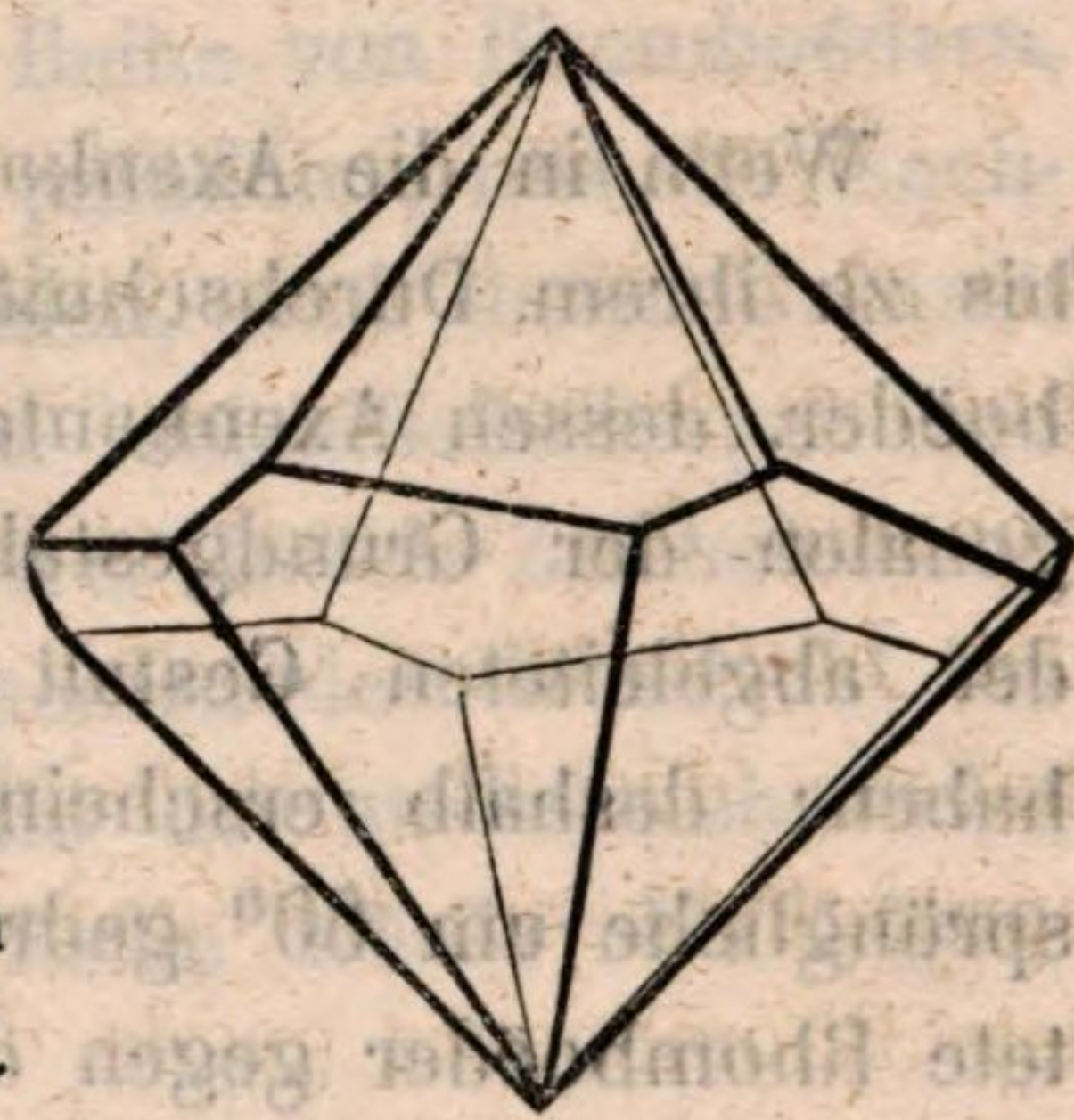


Fig. 53.

Die trigonalen Trapezoëder sind Hälften von Skalenoëdern und

die hexagonalen Trapezoëder Hälften von zwölfseitigen Pyramiden.

Sie entstehen aus diesen Gestalten durch Vergrößerung der abwech-

selnden Flächen am oberen und unteren Systeme, die in keiner

Kante zusammenstossen, bis zum Verschwinden der übrigen.

Durch Vergrößerung der abwechselnden Flächen der oberen und

unteren Flächensysteme, die jedoch in Mittelkanten zusam-

menstossen, entsteht aus der hexagonalen Pyramide:

Die **dreiseitige Pyramide**, welche aber nur selten und unterge-

ordnet combinirt am Quarze vorkommt. Sie ist begränzt von 6 gleich-

schenklichen Dreiecken, hat 6 gleiche Axenkanten und 3 gleiche

Basenkanten, 2 gleichkantige Spitzen, durch welche die Hauptaxe geht und 3 zweierleikantige Ecken.

Durch Vergrößerung der abwechselnden Flächen an beiden Flächensystemen, die in Mittelkanten zusammenstossen, entsteht aus der zwölfseitigen Pyramide eine hexagonale Pyramide, sie befindet sich jedoch in einer eigenthümlichen Stellung. Wenn man aber drei abwechselnd liegende Flächenpaare an einer zwölfseitigen Pyramide oben und unten bis zum Verschwinden der übrigen vergrößert, so entsteht ein Skalenoëder.

Alle diese aufgezählten hemiëdrischen Gestalten unterscheiden sich von den homoëdrischen nur durch ihre Lage und dadurch, dass sie stets nur in Combinationen als untergeordnete Formen vorkommen. — Aus den hexagonalen Pyramiden lassen sich endlich auch Rhomboëder durch Vergrößerung abwechselnd liegender Flächen oben und unten ableiten.

Die Ableitung.

Wenn in die Axenkanten eines Rhomboëders symmetrisch Flächen bis zu ihrem Durchschnitte gelegt werden, so entsteht ein neues Rhomboëder, dessen Axenkanten genau in der Richtung der geneigten Diagonalen der Grundgestalt liegen, während die geneigten Diagonalen der abgeleiteten Gestalt die Lage der Axenkanten der Grundgestalt haben; deshalb erscheint das abgeleitete Rhomboëder gegen das ursprüngliche um 60° gedreht, und man sagt daher, dass das abgeleitete Rhomboëder gegen das ursprüngliche verwendet ist. Die neue Gestalt ist jedoch viel flacher als die ursprüngliche, denn eine Seite ihrer horizontalen Projection ist zweimal so lang, als eine Seite der Projection der Grundgestalt. Bringt man aber beide Rhomboëder auf eine gleiche horizontale Projection, so wird die Axe der abgeleiteten Gestalt genau halb so lang, als die Axe der Grundgestalt. Statt der berührenden Ebenen kann man auch Abstumpfungen der Kanten vornehmen und erzielt dasselbe Resultat; man sagt daher auch: durch Abstumpfung der Axenkanten eines Rhomboëders entsteht ein Rhomboëder in verwendeter Stellung, dessen Axe halb so lang ist als bei der Grundgestalt.

Wenn man das Grundrhomboëder R nennt, und seine Axe gleich 1 annimmt, so muss man die abgeleitete Gestalt mit $\frac{1}{2}$ R bezeichnen, weil ihre Axe nur die Hälfte von 1 beträgt.

Man kann aber auch das hier als Grundgestalt angenommene Rhomboëder aus einem noch schärferen Rhomboëder auf eine gleiche Weise ableiten, so dass diese beiden Rhomboëder in Betreff ihrer Axen in demselben Verhältnisse stehen müssen, wie $\frac{1}{2} R : R$ oder wie $\frac{1}{2} : 1$. Mithin muss das Rhomboëder, aus welchem R abgeleitet wird, eine doppelt so lange Axe haben wie R ; da nun die Axe von $R = 1$ ist, so muss die Axe des letzteren $= 2$ sein, und es muss sich gegen R in verwendeter, daher mit $\frac{1}{2} R$ in paralleler Lage befinden.

Gleicherweise kann man aus $\frac{1}{2} R$ durch Abstumpfung der Axenkanten ein neues Rhomboëder bilden, dessen Axe wieder in demselben Verhältnisse abnimmt, daher $\frac{1}{4}$ beträgt und das wieder gegen $\frac{1}{2} R$ und $2 R$ in verwendeter, mit R aber in der parallelen Stellung sich befindet.

Die Axen dieser vier Rhomboëder verhalten sich daher wie $1 : 2 : 4 : 8$ oder wie $\frac{1}{4} : \frac{1}{2} : 1 : 2$, überhaupt wie die Potenzen der Zahl 2, also wie $2^0 : 2^1 : 2^2 : 2^3$ oder wie $2^{-2} : 2^{-1} : 2^0 : 2^1$.

Nach diesem Gesetze können Rhomboëder bis in's Unendliche abgeleitet werden, und so erhält man eine Reihe von Rhomboëdern, deren abwechselnde Glieder mit einander in paralleler, und die Nachbarglieder in verwendeter Stellung sich befinden, und deren Grenzen das Rhomboëder mit unendlich kurzer und unendlich langer Axe sind; man nennt diese Reihe die Hauptreihe. Durch Zeichen kann man sie so darstellen, dass man den Exponenten der Grundzahl bei den Gliedern angibt, wodurch auch die Stelle der zu bezeichnenden Gestalt in der Reihe angegeben wird. Die Reihe würde also folgendermassen lauten:

$$R-\infty \dots R-2, R-1, R, R+1, R+2 \dots R+\infty.$$

In dieser Reihe sind alle Glieder mit geraden Exponenten parallel, alle Glieder mit ungeraden Exponenten unter einander ebenfalls parallel, gegen die vorigen aber verwendet *). Wenn ein n -tes Glied überhaupt mit $R+n$ bezeichnet wird, so lautet die Rhomboëderreihe allgemein:

$$R-\infty \dots R-n \dots R \dots R+n \dots R+\infty.$$

*) Der Ausdruck $R+2$ bedeutet, dass die Axe des Grundrhomboëders R mit der 2ten Potenz der Zahl 2 vervielfältigt werden muss, um, dieses Glied zu erhalten; wenn daher die Axe von R als 1 angenommen wird, so bezeichnet $R+2$ ein Rhomboëder mit einer viermal längeren Axe oder $4 R$. Dasselbe gilt von $R+1$, von $R-1$ $R-2$; deshalb ist $R-1 = \frac{1}{2} R$; $R-2 = \frac{1}{4} R$; $R-\infty = \frac{1}{\infty} R = 0 R$.

Es muss der Neigungswinkel der Flächen zu der Axe desto kleiner werden, je länger die Axe ist, und bei unendlich langer Axe verschwindet er, so dass die 6 Flächen des Rhomboëders zu der Axe parallel stehen, also ein reguläres sechsseitiges Prisma begrenzen. Umgekehrt wird auch der Neigungswinkel der Flächen gegen die Axe desto grösser, je kürzer die Axe ist, wenn diese aber 0 erreicht oder verschwindet, so wird dieser Winkel 90° und alle Flächen fallen in eine einzige, horizontale Ebene. Diese zwei Gestalten begrenzen die Reihe der Rhomboëder, und kommen nicht selten als Combination vor. Ihre Zeichen sind $R+\infty$ und $R\infty$.

Ableitung der Skalenoëder. Wenn man die Axe eines gegebenen Rhomboëders beiderseits um beliebige, gleiche Stücke verlängert, diese Punkte mit den Ecken des Rhomboëders durch Linien verbindet und in je zwei benachbarte Linien Flächen legt, so erhält man ein Skalenoëder. — Wenn man gleich geneigte Flächenpaare in die Seitenkanten des Rhomboëders bis zu ihrem Durchschnitte in den Spitzen legt, so entsteht ebenfalls ein Skalenoëder.

Das von einem Rhomboëder abgeleitete Skalenoëder gehört zu demselben, und da sich von einem jeden Rhomboëder nach einer bestimmten Axenverlängerung dieses letzteren ein Skalenoëder ableiten lässt, so erhält man dadurch zu der Reihe der Rhomboëder eine parallele Reihe von Skalenoëdern, von denen die aufeinanderfolgenden Glieder in verwendeter, und die abwechselnden in paralleler Stellung sich befinden. Wenn man für ein bestimmtes Skalenoëder die Bezeichnung $(P)^m$ wählt, so kann man die parallele Reihe Skalenoëder zu der Rhomboëderreihe folgendermassen bezeichnen:

$$R-\infty \dots R-2, \quad R-1, \quad R, \quad R+1, \quad R+2, \quad \dots R+\infty$$

$$R-\infty \dots (P-2)^m, (P-1)^m, (P)^m, (P+1)^m, (P+2)^m, \dots (P+\infty)^m.$$

Die Gränzgestalt dieser Reihe mit unendlich kurzer Axe ist wieder eine horizontale Fläche und wird deshalb mit $R-\infty$ bezeichnet; $(P+\infty)^m$ ist ein zwölfseitiges Prisma mit schärferen und stumpferen Kanten, die abwechselnd liegen. Zwei Nachbarkanten an einem solchen Prisma betragen 300° , daher ergibt sich aus der Messung einer stumpferen Kante die Grösse der schärferen. So z. B. beträgt bei $(P+\infty)^2$ eine stumpfere Kante $152^\circ 12' 15''$, daher eine schärfere $147^\circ 47' 45''$. Wenn man die Skalenoëderreihe allgemein bezeichnet, so lautet die Bezeichnung:

$$R-\infty \dots (P-n)^m \dots (P)^m \dots (P+n)^m \dots (P+\infty)^m.$$

Aus einem jeden Skalenoëder lassen sich zwei Rhomboëder ableiten, und zwar dadurch, dass man entweder in die stumpfen oder

in die scharfen Axenkanten gleich geneigte, berührende Ebenen legt und sie so weit vergrößert, bis sie sich schneiden. Dasselbe geschieht, wenn man die stumpfen oder die scharfen Axenkanten des Skalenoëders abstumpft. Diese so abgeleiteten Rhomboëder stimmen mit den Rhomboëdern der Hauptreihe in Bezug auf ihre Axen nicht immer überein, und da sie auch zusammenhängende Reihen bilden, so nennt man diese die Nebenreihen. Das Verhältniss der Axen eines jeden dieser abgeleiteten Rhomboëder lässt sich berechnen. Wenn m a den Werth der Axe am Skalenoëder vorstellt, so ist die Axe eines, in den stumpfen Axenkanten des Skalenoëders liegenden Rhomboëders $= \frac{3m + 1}{4} a$, und des, in den scharfen Axenkanten liegenden $= \frac{3m - 1}{4} a$. Das erstere ist mit dem Skalenoëder in paralleler, das zweite in verwendeter Stellung. Nur in dem Falle, wenn m einen solchen Werth hat, dass die Formel durch gehörige Substitution einer Potenz der Zahl 2 gleich wird, sind die abgeleiteten Rhomboëder mit entsprechenden Gliedern der Hauptreihe identisch, sonst aber bilden sie immer Glieder der Nebenreihen.

Da der Werth von m die Existenz von Nebenreihen bedingt, und m einen vielfachen Werth haben kann, so kann es auch vielerlei Nebenreihen geben. An Krystallen sind jedoch bisher nur wenige dieser Reihen oder Glieder derselben beobachtet worden.

Ableitung der hexagonalen Pyramiden. Aus einem jeden Rhomboëder lässt sich eine hexagonale Pyramide ableiten, wenn man in eine jede Axenkante ein Paar Flächen legt, die gegen einander gleich geneigt sind, und in einer horizontalen Ebene, als Basis, von der oberen und unteren Spitze zusammenstossen. Das Zeichen derselben ist $P + n$.

Bringt man das Rhomboëder und diese Pyramide auf eine gleiche Projection, so verhalten sich ihre Axen wie $1 : \frac{2}{3}$, und Pyramiden, die mit Rhomboëdern in diesem Axenverhältnisse stehen, gehören zu denselben; daher muss einer jeden Hauptreihe von Rhomboëdern auch eine Reihe hexagonaler Pyramiden parallel stehen, deren Axen wie die Potenzen der Zahl 2 zu- und abnehmen. Es versteht sich, dass alle diese Pyramiden zu einander parallel sind, weil ihre Basis um 60 oder 180° gedreht, stets eine gleiche Lage behält.

Wenn man die parallelen Reihen der Rhomboëder und hexagonalen Pyramiden zusammenstellt, so erhält man folgende allgemeine Bezeichnung:

$$R-\infty \dots R-n \dots R \dots R+n \dots R+\infty$$

$$R-\infty \dots P-n \dots P \dots P+n \dots P+\infty.$$

Die Endglieder dieser Reihe sind die basische Fläche, die wieder mit $R-\infty$ bezeichnet wird, und das hexagonale Prisma, das jedoch gegen ein $R+\infty$ um 90° verwendet erscheint.

Zu mehreren Rhomboëdern der Nebenreihen sind ebenfalls hexagonale Pyramiden an einigen Krystallgestalten nachgewiesen worden, z. B. am Apatit, Kalkspath, Quarz. Man nennt sie die Pyramiden der Nebenreihen.

Eben so wie aus den Rhomboëdern der Hauptreihen Skalenoëder abgeleitet werden, kann man auch aus den Rhomboëdern der Nebenreihen Skalenoëder ableiten, welche jedoch nur an Krystallen des Kalkspathes bisher beobachtet wurden. Sie heissen Skalenoëder der Nebenreihen.

Da Naumann als Grundgestalt des rhomboëdrischen Systemes die hexagonale Pyramide annimmt, so muss die Ableitung, obzwar sie im Wesentlichen mit der angeführten übereinstimmt, dennoch für einzelne Fälle eine andere sein.

Aus der hexagonalen Pyramide mP wird nach dieser Voraussetzung zuerst eine Reihe Pyramiden abgeleitet, deren Endglieder oP und ∞P d. i. die basische Fläche und das hexagonale Prisma sind.

Ferner werden aus derselben die Reihen der zwölfseitigen Pyramiden abgeleitet, wenn man eine jede Nebenaxe beiderseits um ein gleiches Stück n vergrössert, und von jeder Axenkante zwei Flächen gegen zwei benachbarte vergrösserte Halbaxen legt, so dass diese in der Entfernung n geschnitten werden. Der Werth von n darf jedoch nicht so gross werden, als die ursprüngliche Halbaxe beträgt, denn dann entstehen durch Ableitung auf die angegebene Weise wieder hexagonale Pyramiden, bei denen, wenn sie mit den ursprünglichen in die richtige Lage gebracht werden, die Nebenaxen Mittelpunkte paralleler Basenkanten verbinden; die Basis dieser Pyramiden ist daher ein, um die Basis der ursprünglichen umschriebenes Sechseck. Naumann nennt die Pyramiden, von denen die übrigen abgeleitet werden: Pyramiden der ersten Art, die zwölfseitigen: dihexagonale Pyramiden, und die abgeleiteten hexagonalen: Pyramiden der zweiten Art; diejenigen Pyramiden jedoch, die durch Vergrösserung der abwechselnd liegenden Flächen an der oberen Spitze der zwölfseitigen Pyramiden und der entsprechenden an der unteren Spitze entstehen, heissen: Pyramiden der dritten Art, und ihre Lage befindet sich zwischen den Pyramiden erster und zweiter Art.

Die Rhomboëder werden als Hälften der Pyramiden angenommen, aber ihrer Wichtigkeit wegen nicht mit $\frac{mP}{2}$, sondern mit mR be-

zeichnet, jedoch wird nach der Ableitung ein $+ m R$ und $- m R$ unterschieden, und die Gränzgestalten der Rhomboëderreihen heissen $o R$ und ∞R .

Die Skalenoëder sind Hälften von zwölfseitigen Pyramiden, werden aber mit $m R^n$ bezeichnet, und das Zeichen der von ihnen abgeleiteten zwölfseitigen Prismen ist ∞R^n .

Die Combinationen des rhomboëdrischen Systemes.

Die Combinationen dieses Systemes sind ausserordentlich mannigfaltig, so dass die Entwicklung derselben zuweilen ziemlich schwierig ist.

Ein guter Anhaltspunkt bei der Entwicklung der Combinationen dieses Systemes ist der Umstand, dass die combinirten Gestalten immer mit 6 oder 12, zuweilen auch mit 3 oder 24 Flächen auftreten. Sechs parallele Flächen, deren 3 oben, 3 unten abwechselnd liegen, gehören immer einem Rhomboëder, ihre Figur mag welche immer sein, sind sie aber nicht parallel und liegen abwechselnd, so gehören sie einem trigonalen Trapezoëder, oder der dreiseitigen Pyramide, die jedoch äusserst selten vorkommen. Zwölf Flächen, deren 6 oben, 6 unten einzeln untereinander liegen, gehören immer der hexagonalen Pyramide an, liegen diese Flächen abwechselnd, so gehören sie einem hexagonalen Trapezoëder, das selten vorkommt; liegen sie jedoch in Paaren, so muss man berücksichtigen, ob sämmtliche Axenkanten der Gestalt gleich würden, wenn die Flächen zum Durchschnitte kämen, oder ob sie abwechselnd gleich werden möchten; im ersteren Falle ist die combinirte Gestalt eine hexagonale Pyramide, im zweiten ein Skalenoëder. Drei Flächen blos an einem Krystallende kommen nur an hemimorphischen Krystallen z. B. des Turmalins vor, und sind die obere Hälfte eines Rhomboëders; 24 Flächen gehören einer zwölfseitigen Pyramide. Die complicirteren Gestalten kann man jedoch in einfache zerlegen, und für die Entwicklung vieler einfachen Combinationen lassen sich bestimmte Regeln angeben.

An einem Rhomboëder tritt das nächst stumpfere Rhomboëder als Abstumpfung der Axenkanten auf, das nächst schärfere aber als Zuschärfung der Ecken von den Axenkanten, so dass die Combinationenkanten der geneigten Diagonale und unter sich parallel sind.

Die Seitenkanten eines Rhomboëders oder Skalenoëders werden durch das aus der hexagonalen Pyramide abgeleitete Prisma ($P + \infty$), die Ecken aber durch das aus dem Rhomboëder entstandene Prisma

($R + \infty$) abgestumpft; durch ein aus demselben Rhomboëder abgeleitetes Skalenoëder aber am Rhomboëder zugeschärft.

Am Skalenoëder erscheint das von ihm abgeleitete parallele Rhomboëder als Abstumpfung der stumpferen Axenkanten, und das verwendete als Abstumpfung der schärferen Axenkanten. Ein stumpferes Skalenoëder als Zuspitzung der Spitzen von den Flächen.

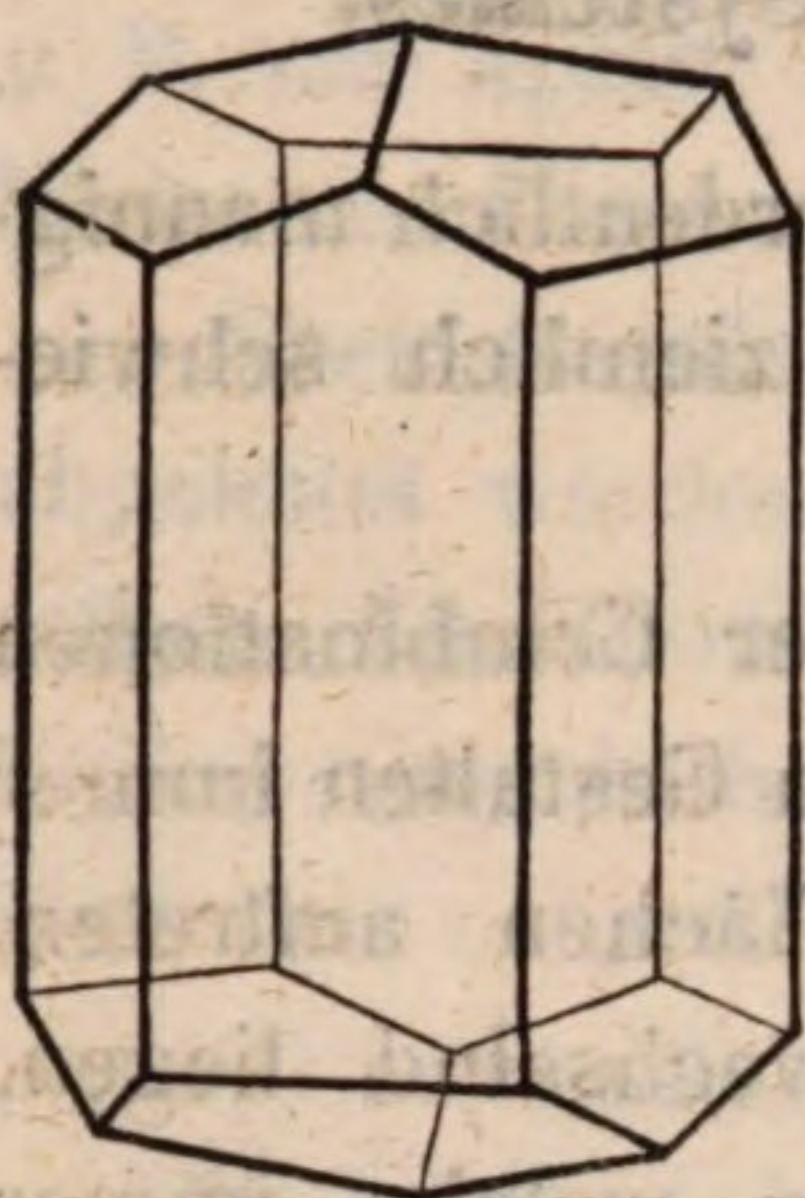


Fig. 54.

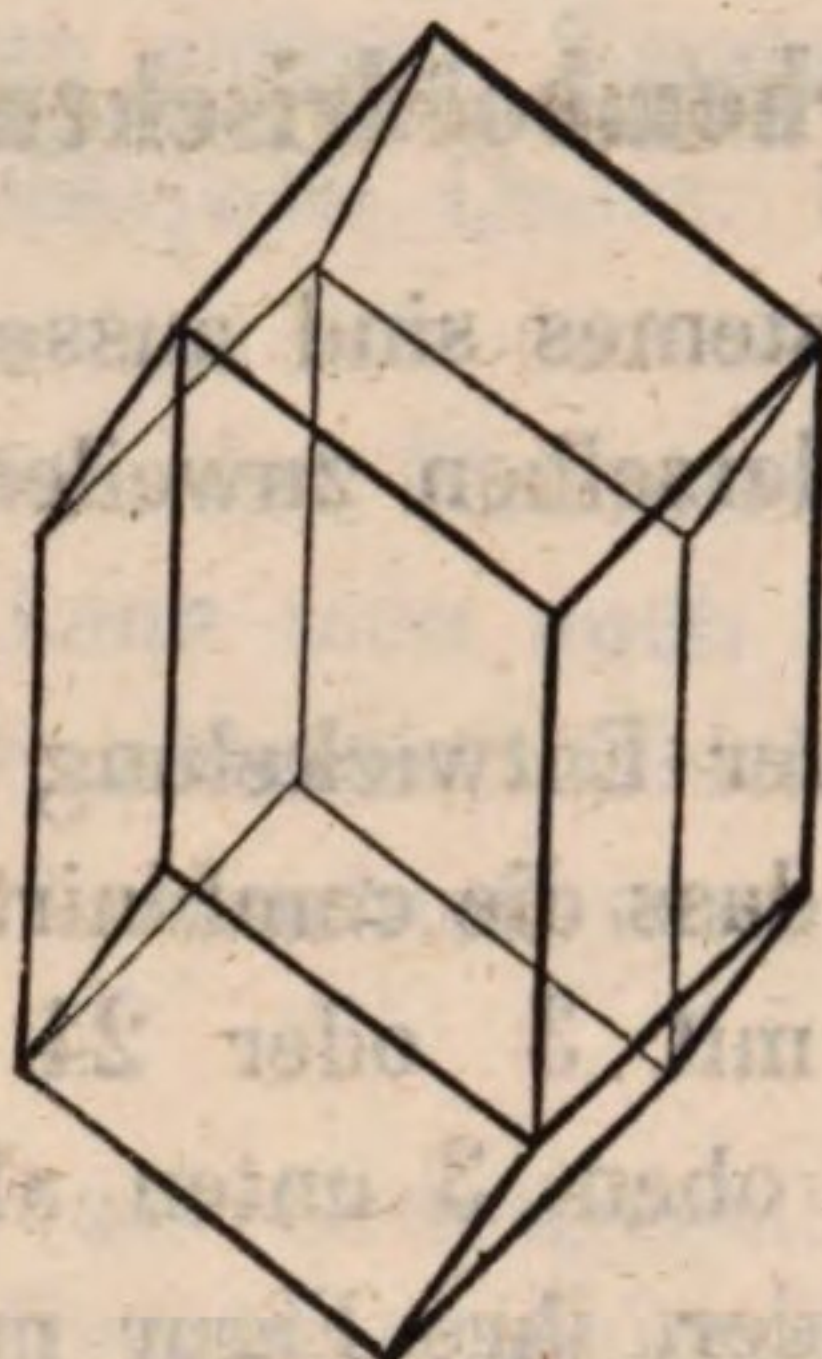


Fig. 55.

Am Prisma $R + \infty$ erscheint ein Rhomboëder mit parallelen Combinationskanten, die oben und unten abwechselnd liegen (Fig. 54.), und die Rhomboëderflächen bilden Fünfecke; am $P + \infty$ erscheint es mit schiefen, im Zickzack laufenden Combinationskanten (Fig. 55.) und die Rhomboëderflächen treten als Rhomben auf.

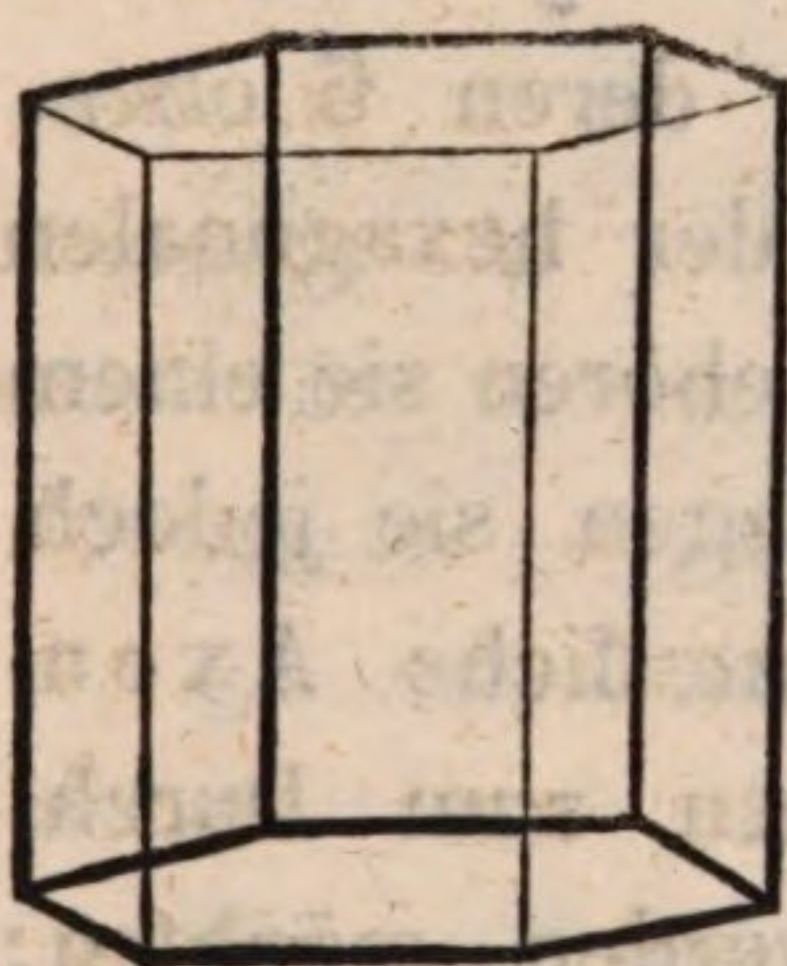


Fig. 56.

Zu den gewöhnlichsten Combinationen gehört ein hexagonales Prisma ($P + \infty$ oder $R + \infty$) mit der basischen Fläche ($R - \infty$). In Fig. 56 ist das Prisma, in Fig. 57 die basische Fläche vorherrschend.

Rhomboëder, die mit einander horizontale Combinationskanten bilden, befinden sich in der parallelen Stellung.

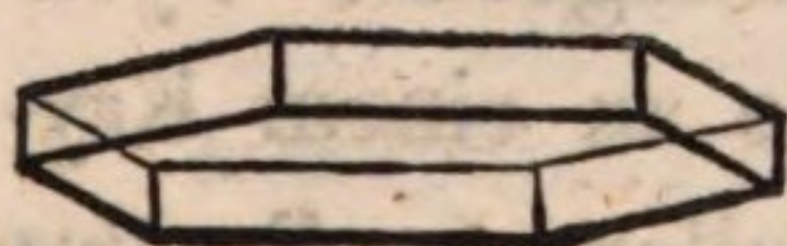


Fig. 57

Alle parallelen Skalenoëder und hexagonale Pyramiden bilden mit einander horizontale Combinationskanten.

Skalenoëder und hexagonale Pyramiden, die als Zuschärfung der Axenkanten des Rhomboëders mit parallelen Combinationskanten auftreten, gehören immer zu derselben Reihe.

An der Spitze des Skalenoëders tritt das zu demselben gehörige Grundrhomboëder mit Rhombenflächen auf, und die Combinationskanten sind den Seitenkanten parallel.

Eine sehr gewöhnliche Combination stellt Fig. 58 dar. Es ist die hexagonale Pyramide und das von ihr abgeleitete Prisma $P + \infty$, weil die Combinationskanten horizontal liegen.

Fig. 59 ist eine Combination des $P + \infty$ mit $P + n$, einer hexagonalen Pyramide der zweiten Art, weil die Combinationskanten schief liegen, und der basischen Fläche $R - \infty$.

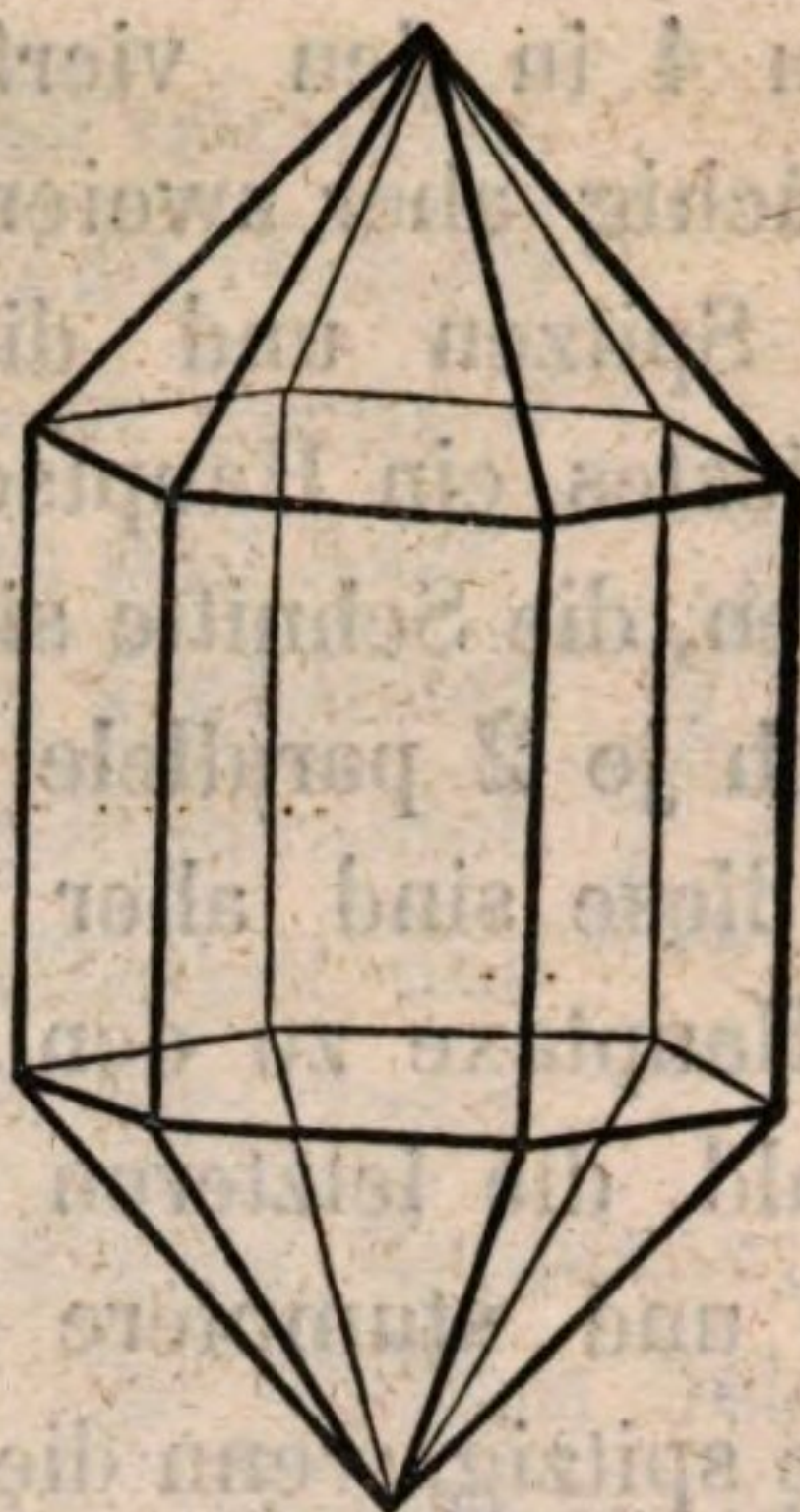


Fig. 58.



Fig. 59.

§. 10. Das pyramidale Krystallsystem.

Alle Krystallgestalten mit der quadratischen oder pyramidalen Hauptaxe, und zwei gleichen, unter Winkeln von 90° sich schneidenden Nebenaxen, die in einer Ebene liegen, gehören zum pyramidalen oder quadratischen Krystallsysteme.

Die einfachen Formen dieses Systems sind folgende:

Nach Mohs,	Haidinger,	Naumann,	Weiss.
1. Gleichkantige vierseitige Pyramiden.	Pyramiden,	Tetragonale Pyramiden.	Viergliedrige Oktaëder.
2. Ungleichkantige achtseitige Pyramiden.	Zirkonoide.	Ditetragonale Pyramiden.	Vier- und Vierkantner.
3. Tetraëderähnliche Gestalten von gleichschenkligen Dreiecken begränzt.	Sphenoide.	Tetragonale Sphenoide.	<i>Nach Breithaupt.</i> Tetragonale Keilflächner.
4. Pyramidenähnliche Gestalten von ungleichseitigen Dreiecken begränzt und von tetraëdrischer Hauptform.	Disphene.	Tetragonale Skalenoëder.	Ditetragonale Skalenoëder.
5. Pyramidenähnliche Gestalten von trapezoidalen Flächen begränzt.	Trapezoëder.	Tetragonale Trapezoëder.	Ditetragonale Trapezoëder.

Die quadratische Pyramide (Fig. 60. und 61.) wird von 8 gleichschenkligen Dreiecken begränzt, die in 2 vierzähligen Systemen vereinigt sind. Von ihren 12 Kanten sind 8 gleiche Axenkanten und 4 gleiche Basenkanten, die in einer Ebene liegen und die Basis der Pyramide umschliessen. Die Axenkanten

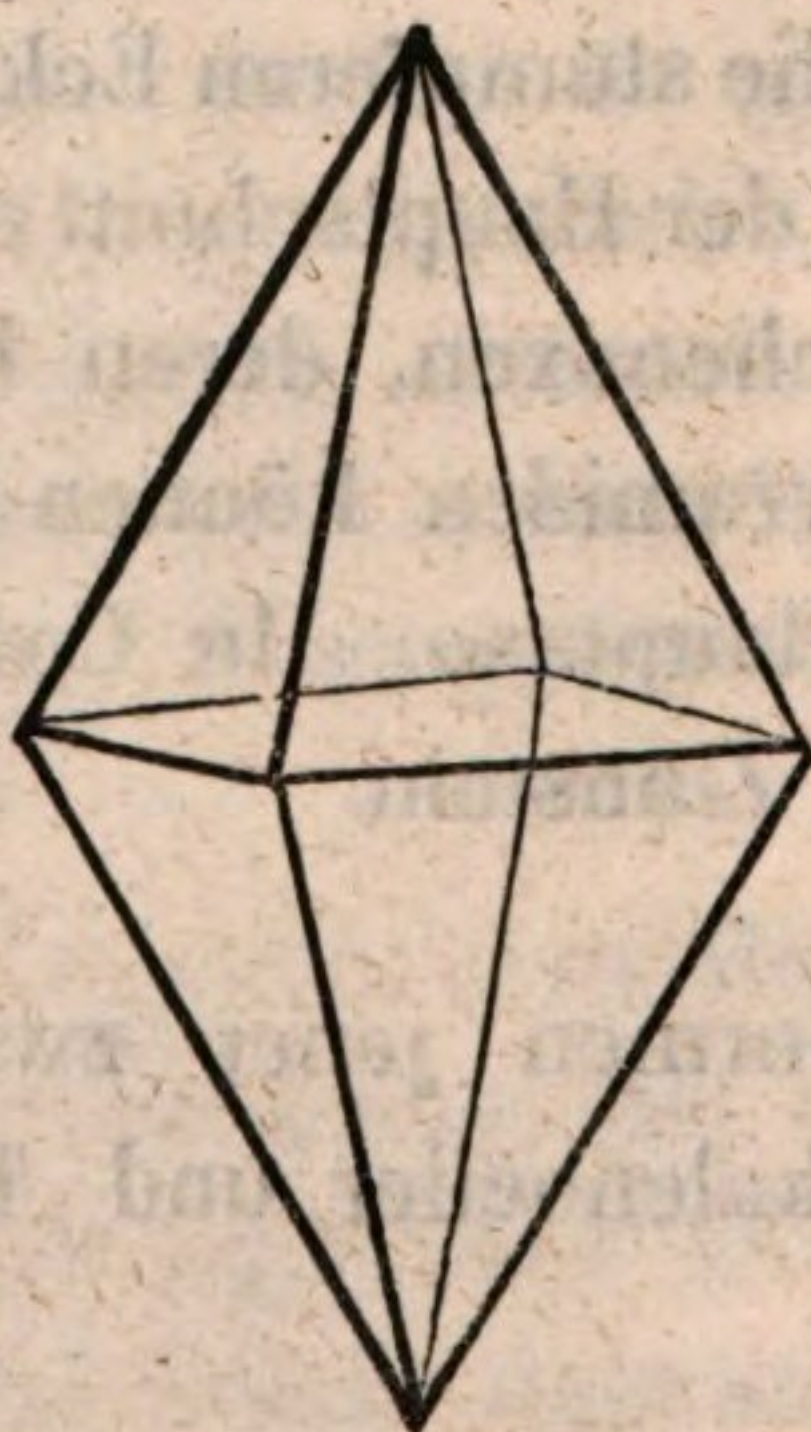


Fig. 60.

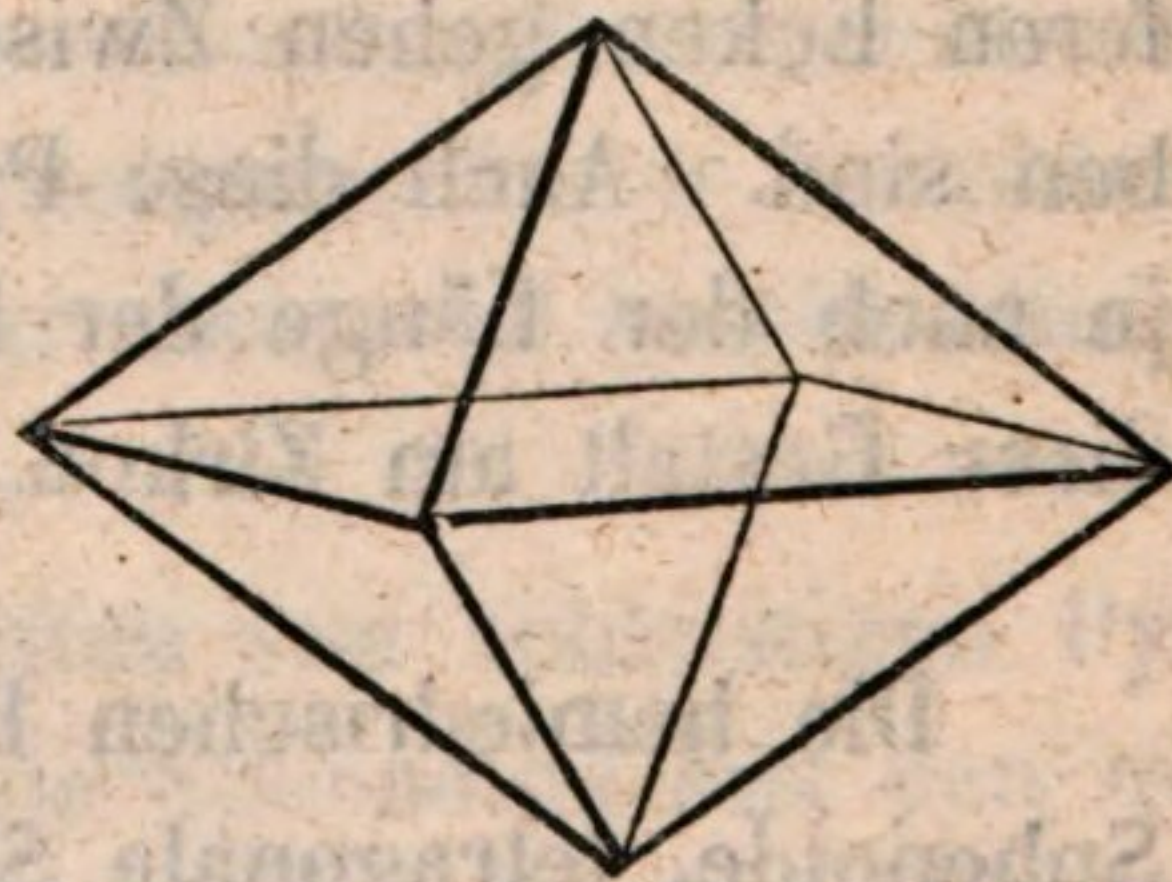


Fig. 61.

vereinigen sich je zu 4 in den vierflächigen Spitzen, die vier Ecken sind ebenfalls vierflächig aber zweierleikantig. Die quadratische Hauptaxe verbindet die Spitzen und die zu ihr gehörigen Schnitte sind Quadrate, deren grösstes ein Hauptschnitt ist. Die 2 Nebenaxen endigen sich in je 2 Ecken, die Schnitte sind Rhomben, deren grösste Hauptschnitte sind. Durch je 2 parallele Basenkanten kann man ebenfalls Nebenaxen ziehen, diese sind aber ~~nur~~ Zwischenaxen. Da das Längenverhältniss der Hauptaxe zu den Nebenaxen veränderlich ist, indem bald die erstere bald die letzteren an Länge überwiegen, so gibt es spitzigere (Fig. 60.) und stumpfere (Fig. 61.) Pyramiden, und zwar heisst eine Pyramide spitzig, wenn die Hauptaxe, stumpf dagegen, wenn die Nebenaxen länger sind, und zwischen den spitzigen und stumpfen Pyramiden steht das Oktaëder, mit einer quadratischen Axe aufrecht gestellt. Dieses kann aber nie als eine Pyramide vorkommen. Die Pyramiden kommen am Zinnstein, Scheelit, Anatas und an anderen Mineralien vor, immer aber als Seltenheiten.

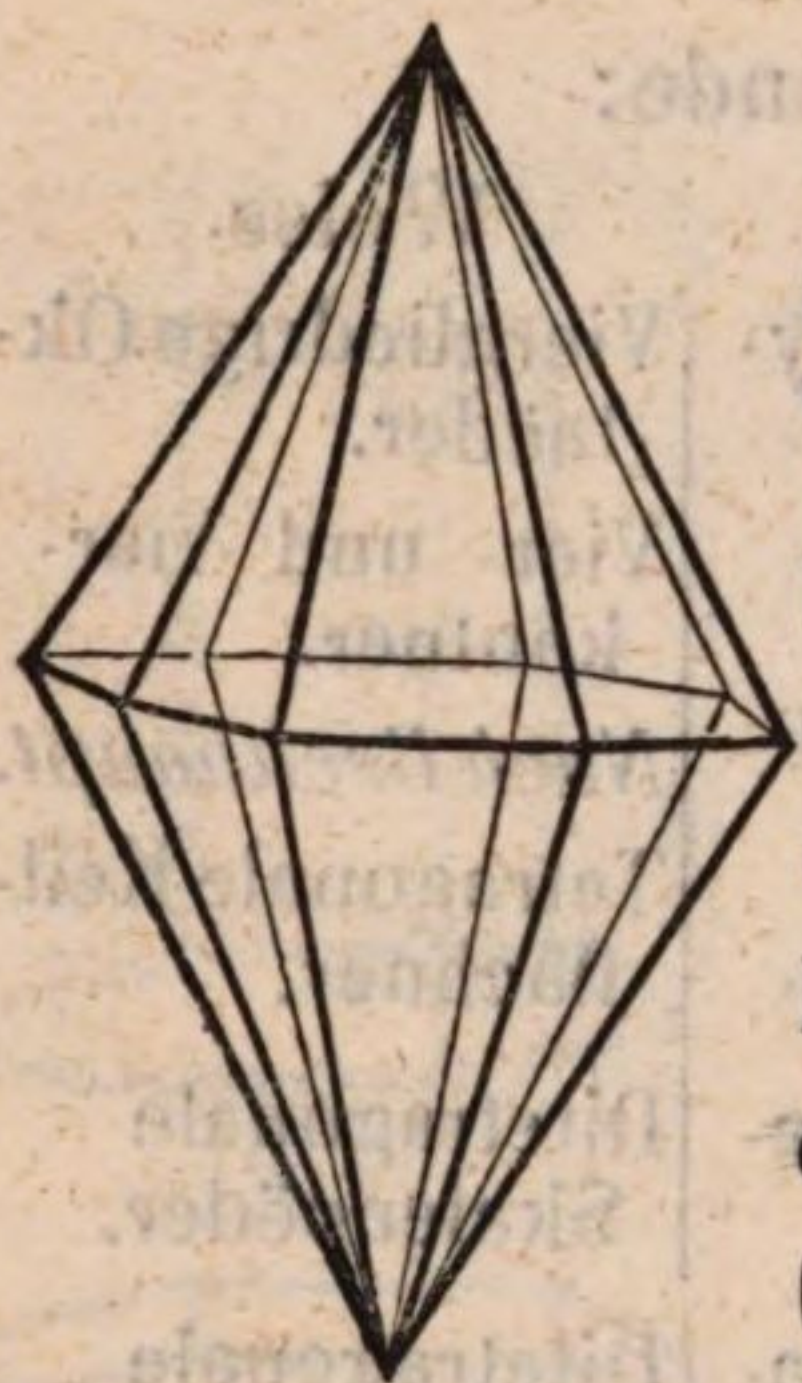


Fig. 62.

Die **achtseitige Pyramide** (Fig. 62.) ist von 16 ungleichseitigen Dreiecken begränzt, welche paarweise in 2 achtzähligen Flächensystemen vereinigt sind. Von den 24 Kanten sind 8 schärfere und 8 stumpfere Axenkanten, die in der Lage mit einander abwechseln, aber so, das die gleichen von oben und unten auf einander treffen, die übrigen 8 gleichen Kanten sind Basenkanten und umschliessen die Basis der Pyramide, welche ein symmetrisches Achteck ist (Fig. 9.). Die quadratische Hauptaxe verbindet die Spitzen, die zu ihr gehörigen Schnitte sind symmetrische, gleichseitige Achtecke (Fig. 9.), deren grösstes ein Hauptschnitt ist. Die Nebenaxen verbinden die stumpferen Ecken, die Schnitte sind Rhomben und rhombische Achtecke, der Hauptschnitt ein Rhombus; durch die schärferen Ecken gehen Zwischenaxen, deren Hauptschnitte ebenfalls Rhomben sind. Auch diese Pyramiden können spitziger oder stumpfer sein, je nach der Länge der Hauptaxe. In Combinationen erscheint diese diese Gestalt am Zirkon, Zinnstein.

Die hemiedrischen Formen jener zwei homoëdrischen sind: die Sphenoide, tetragonale Skalenoëder und Trapezoëder.

Die **Sphenoide** (Fig. 63.) sind tetraëder-ähnliche, jedoch von 4 gleichschenkligen Dreiecken begrenzte Gestalten, von deren 6 Kanten 2 gleiche horizontal liegen und Axenkanten sind, während die übrigen 4 gleichen seitlich im Zickzack liegen und Seitenkanten heissen. Die 4 Ecken sind dreiflächig und zweierleikantig. Die Mittelpunkte der Axenkanten verbindet die hemiquadratische Hauptaxe; der zugehörige Mittelquerschnitt ist ein Quadrat, die übrigen Schnitte sind Rechtecke. Durch je 2 Seitenkanten gehen Nebenaxen, deren zugehörige Mittelquerschnitte Rhomben bilden, die übrigen Schnitte sind Rhomboide. Sphenoide kommen selbständig am Kupferkiese vor.

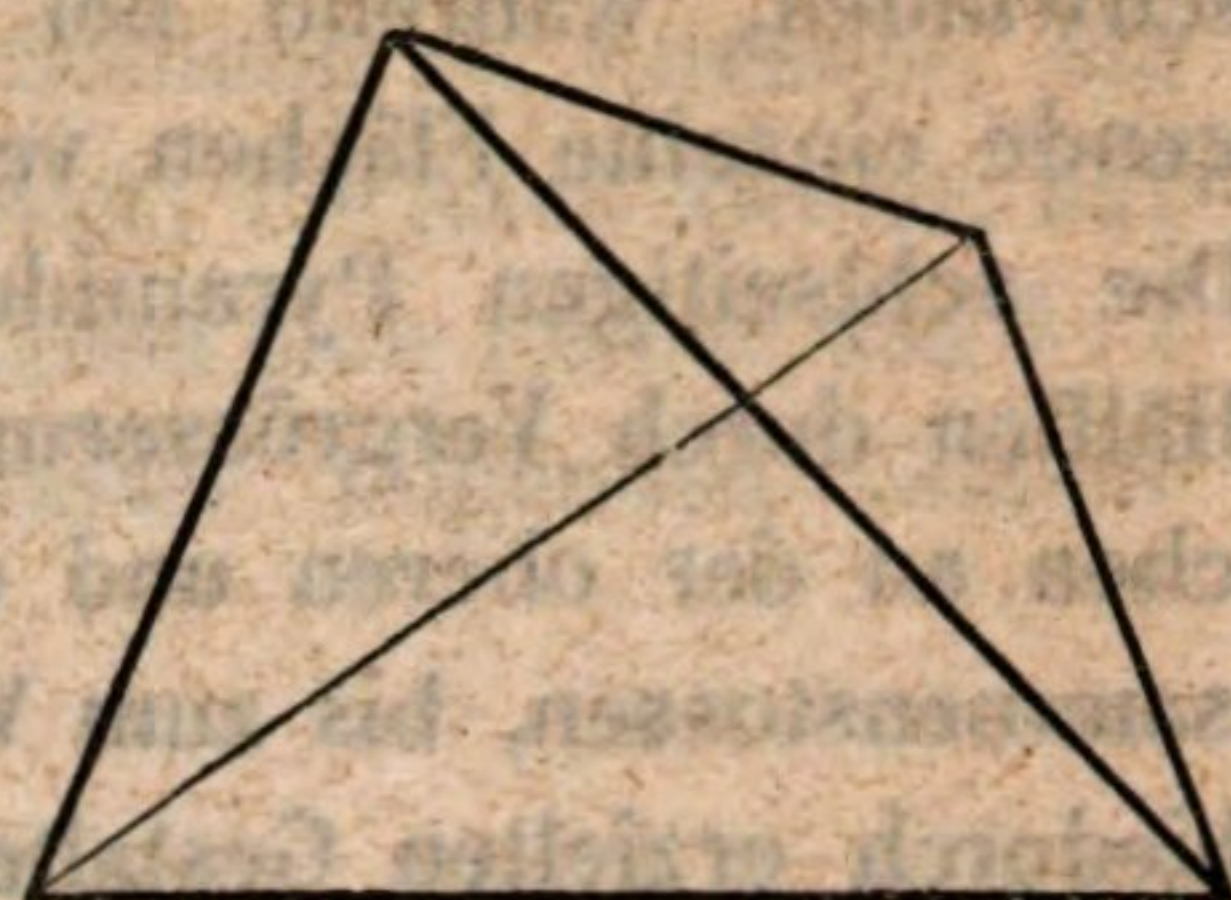


Fig. 63.

Die Sphenoide sind Hälften von quadratischen Pyramiden und entstehen aus denselben wie die Tetraëder aus den Oktaëdern, nämlich durch Vergrößerung der abwechselnd liegenden Flächen der oberen und unteren Hälfte, die nicht in Kanten zusammenstossen, bis zum Verschwinden der dazwischen liegenden.

Die **tetragonalen Skalenoëder** (Fig. 64.) werden von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, die in vier Paaren vereinigt sind. Von den 12 Kanten vereinigen sich je 2 schärfere und 2 stumpfere Axenkanten in den vierflächigen Spitzen, die schärferen oberen Axenkanten treffen jedoch auf stumpfere untere und umgekehrt. Die 4 im Zickzack liegenden Seitenkanten verbinden die 4 Ecken, welche vierflächig und dreierleikantig sind. Durch die Spitzen geht die Hauptaxe; der zu ihr gehörige Mittelquerschnitt ist ein symmetrisches, gleichseitiges Achteck (Fig. 9.), die übrigen Schnitte sind Rhomben und rhombische Achtecke. Durch Mittelpunkte der Seitenkanten gehen Nebenaxen, deren Mittelquerschnitte rhombische Achtecke sind. Die Gestalten kommen nur selten in Combinationen, z. B. am Kupferkiese vor.

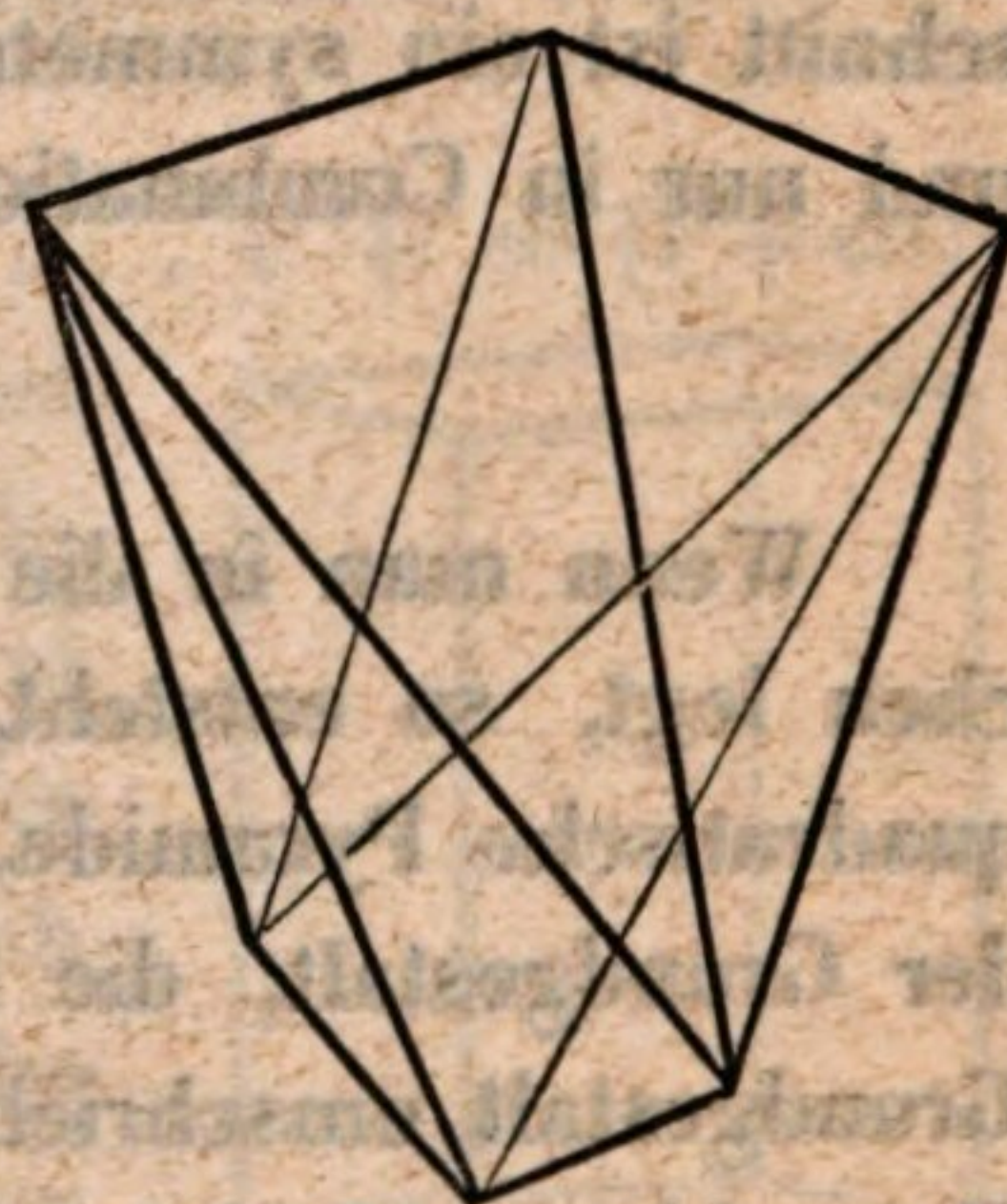


Fig. 64.

Die tetragonalen Skalenoëder sind Hälften von achtseitigen Pyramiden und entstehen aus denselben wie die Sphenoide aus den quadratischen Pyramiden, nur dass man abwechselnd liegende Flächenpaare, welche je eine schärfere Axenkante gemeinschaftlich haben, oben und unten so weit vergrößert, bis die dazwischenliegenden ver-

schwinden, während bei quadratischen Pyramiden abwechselnd liegende einzelne Flächen vergrößert werden, um Sphenoide abzuleiten. Die achtseitigen Pyramiden gestatten aber auch eine Zerlegung in Hälften durch Vergrößerung einzelner, abwechselnd liegenden Flächen an der oberen und unteren Hälfte, die nicht in Basenkanten zusammenstossen, bis zum Verschwinden der dazwischen liegenden. Die hiedurch erzielten Gestalten sind:

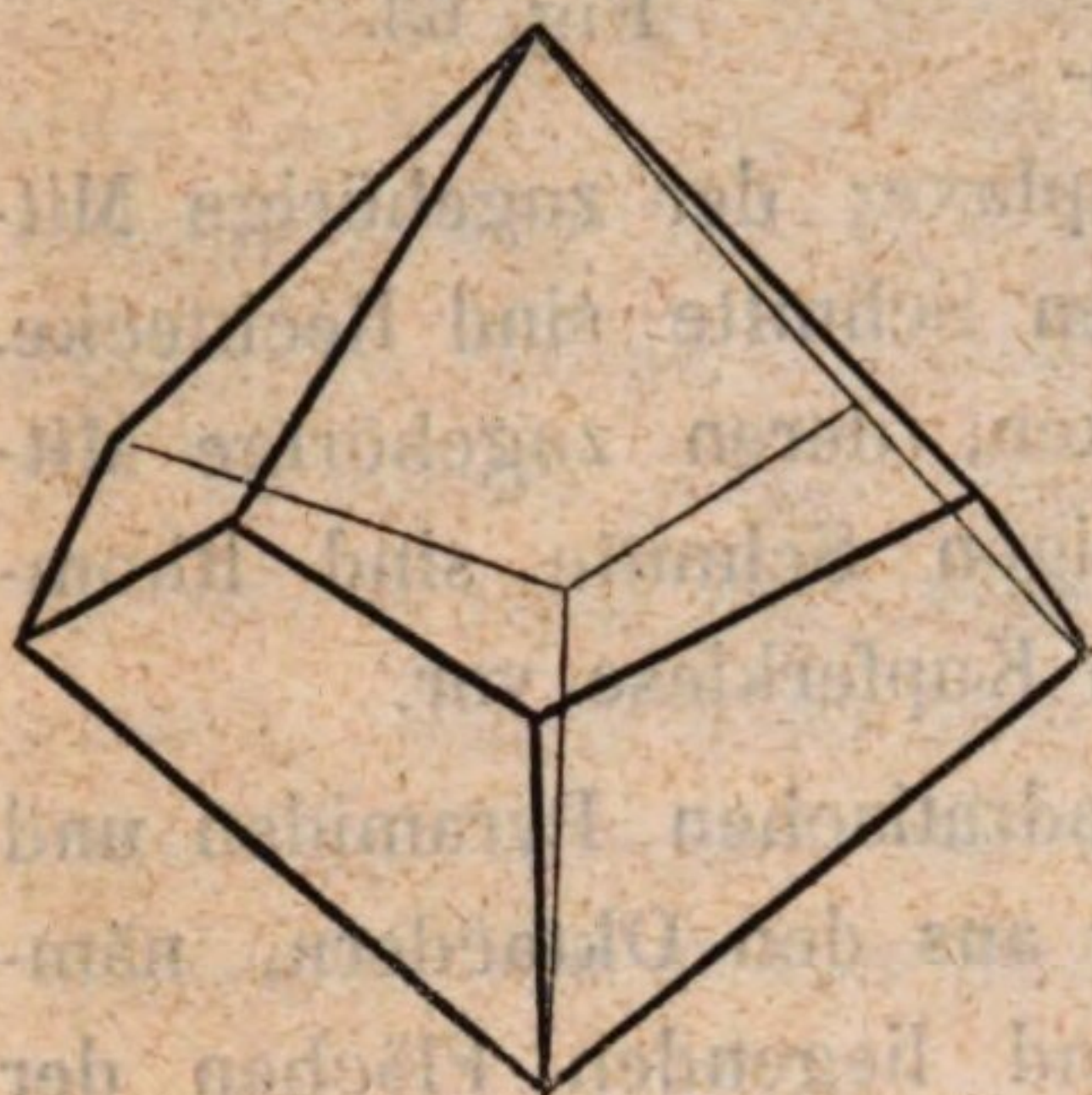


Fig. 65.

Tetragonale Trapezoëder (Fig. 65).

Sie werden von 8 Trapezoiden begränzt, deren je 4 eine Spitze bilden. Unter den 16 Kanten dieser Gestalt sind 8 gleiche Axenkanten und 8 abwechselnd liegende kürzere und längere Seitenkanten, und die gleichen entweder alle rechts, oder links höher. Die Spitzen sind vierflächig gleichkantig, die 8 Ecken dreiflächig, ungleichkantig. Die Spitzen verbindet die quadratische Hauptaxe, die zugehörigen Schnitte sind Quadrate, so lange sie die Axenkanten treffen; der Mittelquerschnitt ist ein symmetrisches Achteck. Diese Gestalt kommt selten und nur in Combinationen vor.

Die Ableitung.

Wenn man in die Axenkanten einer quadratischen Pyramide Flächen legt, so entsteht, wenn sie zum Durchschnitte kommen, eine quadratische Pyramide, deren Hauptaxe so lang ist wie die Hauptaxe der Grundgestalt, die Basis derselben ist aber ein, um die Basis der Grundgestalt umschriebenes Quadrat. Bringt man jedoch diese beiden Pyramiden auf gleiche Basen, so verhalten sich ihre Hauptaxen wie $1 : \frac{1}{\sqrt{2}}$. Die Basenkanten der neuen Gestalt liegen aber den Diagonalen der Grundgestalt parallel, sie befindet sich daher in der diagonalen Stellung gegen die erstere. Wenn man dieses Verfahren auch an der abgeleiteten Gestalt anwendet, so erhält man eine Pyramide, deren Axe halb so lang ist als die Axe der Grundgestalt, und diese Pyramide befindet sich in der parallelen Stellung mit der Grundgestalt. Dieselben Verhältnisse finden sich aber auch zwischen der Grundgestalt und schärferen Pyramiden, daher kann eine jede quadratische Pyramide als Grundgestalt einer ganzen Reihe quadratischer Pyramiden von derselben Basis dienen. Die aufeinander folgenden

Glieder in dieser Reihe stehen in diagonalen Stellung zu einander, die abwechselnden aber sind unter einander parallel; die Axen zweier, auf einander folgenden parallelen Glieder verhalten sich immer wie 1:2 und die Axen zweier, unmittelbar auf einander folgenden Glieder wie $\frac{1}{\sqrt{2}}:1$.

Die Axen der, auf einander folgenden, Glieder in dieser Reihe kann man durch Potenzen der Quadratwurzel aus 2 folgendermassen ausdrücken:

$$\sqrt{2}^{-\infty}, \sqrt{2}^{-2}, \sqrt{2}^{-1}, \sqrt{2}^0, \sqrt{2}^1, \sqrt{2}^2, \dots, \sqrt{2}^{\infty}$$

Wenn nun eine Pyramide mit P bezeichnet wird, so kann man ein Stück der Reihe durch Beifügung jener Potenzen von $\sqrt{2}$ bezeichnen, und zwar:

$$\dots, P-2, P-1, P, P+1, P+2, \dots,$$

wobei die Glieder mit geraden Exponenten einander parallel, zu den Gliedern mit ungeraden Exponenten aber diagonal stehen, diese letzteren stehen zu einander ebenfalls parallel; und weil $P+n$ die allgemeine Bezeichnung für irgend eine Pyramide ist, so bezeichnet man die Reihe der quadratischen Pyramiden im Allgemeinen folgendermassen:

$$P-\infty \dots P-n \dots P \dots P+n \dots P+\infty (P+\infty).$$

Das letzte, eingeklammerte Glied bezeichnet ein gegen $P+\infty$ in diagonalen Stellung befindliches Prisma und diese zwei Glieder, d. i. zwei quadratische Prismen in paralleler und diagonalen Stellung, sind die Endglieder dieser Reihe nach einer Seite hin. $P-\infty$ ist wieder die basische oder Endfläche, welche sich mit den Prismen zu Combinationen verbindet, wie in Fig. 66, wo das Prisma vorherrscht, und Fig. 67, wo die basische Fläche vorherrschend ist.

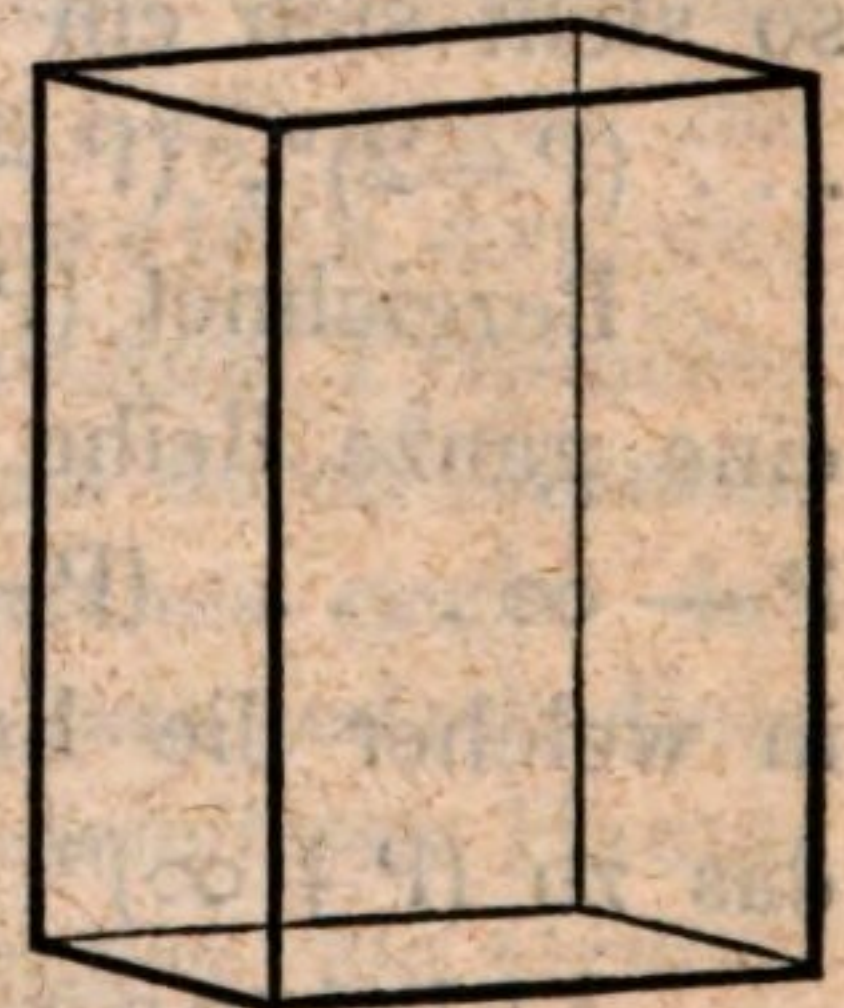


Fig. 66.

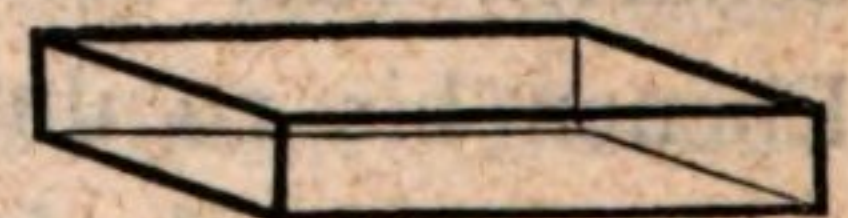


Fig. 67.

Diese Reihe der Pyramiden heisst die Hauptreihe, und an einigen Mineralien finden sich drei oder vier unmittelbar auf einander folgende Glieder derselben ausgebildet.

Ableitung der achtseitigen Pyramiden.

Man verwandelt die gleichschenkligen Dreiecke einer quadratischen Pyramide in Rhomben, d. h. man zieht von den Endpunkten der Basis eines jeden Dreiecks den Schenkeln parallele Linien, bis sie sich schneiden. Von diesen Durchschnittspunkten zieht man zu der,

um ein entsprechendes Stück beiderseits verlängerten Axe Linien, und legt gegen diese Linien von den Axenkanten Flächen. So erhält man eine achtseitige Pyramide, deren Flächen sich in einem symmetrischen, gleichseitigen Achtecke schneiden. Da die Axe um beliebig grosse Stücke (die jedoch immer grösser als $1 + \sqrt{2}$ angenommen werden) verlängert werden kann, so ist es möglich, aus einer Pyramide sehr viele achtseitige Pyramiden abzuleiten, deren stumpfe Axenkanten in der Lage mit den Axenkanten der Grundgestalt übereinstimmen, die scharfen liegen aber so, wie die Perpendikel der Flächen der Grundgestalt. Alle diese Gestalten gehören zusammen und zu der Grundpyramide. Sie befinden sich auch in der parallelen Stellung, denn ihre scharfen Axenkanten haben gegen einander und gegen die Flächen der Grundpyramide, auf denen sie liegen, eine gleiche Lage.

Es lassen sich aber auch von einer jeden Pyramide nach einer und derselben Verlängerung der Axe achtseitige Pyramiden ableiten; dadurch erhält man zu einer Reihe quadratischer Pyramiden für eine jede beliebige Verlängerung eine Reihe achtseitiger Pyramiden, von denen sich die auf einander folgenden Glieder in diagonalen Stellung gegen einander befinden. Die Grenzen einer jeden solchen Reihe sind zwei achtseitige Prismen, die gegen einander diagonal stehen und die horizontale Fläche. Wenn $(P)^m$ eine achtseitige Pyramide bezeichnet, so stellt sich ein Stück dieser Reihe folgender Massen dar:

$$\dots (P-2)^m, (P-1)^m, (P)^m, (P+1)^m, (P+2)^m \dots$$

Bezeichnet $(P+n)^m$ eine beliebige achtseitige Pyramide, so kann eine ganze Reihe so dargestellt werden:

$$P - \infty \dots (P-n)^m \dots (P)^m \dots (P+1)^m \dots (P+\infty)^m [(P+\infty)^m],$$

in welcher die Endgestalt $[(P+\infty)^m]$ ein achtseitiges Prisma ist, das zu $(P+\infty)^m$ diagonal steht.

Ableitung der Nebenreihen. Legt man etweder in die scharfen oder in die stumpfen Axenkanten einer achtseitigen Pyramide Ebenen bis zu ihrem Durchschnitte, so entstehen quadratische Pyramiden, die nur in gewissen Fällen mit den Gliedern der Hauptreihe in Bezug auf ihre Axenverhältnisse übereinstimmen. Man nennt diese Pyramiden in Bezug auf die Hauptreihe Pyramiden der Nebenreihen. Von denselben befinden sich jene, deren Flächen in den scharfen Axenkanten der achtseitigen Pyramiden liegen, mit diesen in der parallelen, die anderen in der diagonalen Stellung.

Auch diese Reihen schreiten nach denselben Gesetzen fort, wie die Hauptreihen; alle ihre Glieder jedoch, deren Hauptaxe einer Potenz von $\sqrt{2}$ entspricht, sind mit Gliedern der Hauptreihe identisch.

Naumann nimmt quadratische Pyramiden von drei Arten an, und leitet sie folgender Massen von einander ab. An irgend einer, als Grundgestalt angenommenen Pyramide P wird die Hauptaxe um ein gleiches Stück beiderseits vergrössert oder verkleinert, und von den Basenkanten werden gegen die Endpunkte dieser veränderten Hauptaxe nach oben und unten Flächen gelegt. Auf diese Art entsteht eine spitzigere oder stumpfere quadratische Pyramide von gleicher Basis. Da man aber diese Veränderung der Hauptaxe nach einem jeden beliebigen Werthe vornehmen kann, so entsteht eine ganze Reihe Pyramiden der ersten Art, die alle eine gleiche Basis haben und parallel stehen, und deren Endglieder die horizontale Fläche oP und das Prisma ∞P sind. Wenn man jedoch die Nebenaxen um beliebige Stücke n beiderseits verlängert, und von jeder Axenkante gegen beide Endpunkte der veränderten, nicht zu der betreffenden Axenkante gehörigen Nebenaxe Flächen legt, welche die letztere in n schneiden, so entsteht eine achtseitige Pyramide. Da nun der Werth von n verschieden sein kann, so leitet man aus jeder quadratischen Pyramide eine Menge achtseitiger Pyramiden ab, die für jeden Werth von n eine ganze Reihe bilden, deren Gränzen die horizontale Fläche und das achtseitige Prisma bilden. Wird jedoch die Verlängerung der Nebenaxen unendlich gross, so treffen die neuen Flächen die Nebenaxen in der unendlichen Entfernung, d. h. sie liegen mit ihnen parallel, und die neue Gestalt wird statt acht Flächen nur vier Flächen haben, welche gerade in den Axenkanten der Grundgestalt liegen. Die Basis der abgeleiteten Pyramide wird ein, um die Basis der Grundgestalt umschriebenes Quadrat sein, daher eine diagonale Lage gegen dieselbe haben. Diese Gestalt ist eine Pyramide der zweiten Art, und dient wieder als Grundgestalt einer ganzen Reihe von Pyramiden der zweiten Art, die parallel zu einander stehen, und deren Gränzen die horizontale Fläche und ein Prisma bilden, welches gegen das Prisma der ersten Art diagonal steht. Vergleicht man jedoch diese Reihe Pyramiden der zweiten Art mit der oben abgeleiteten Hauptreihe, so sieht man, dass dieselbe alle, diagonal gegen die Grundgestalt stehenden, Pyramiden jener Hauptreihe begreift, während die Reihe von Pyramiden der ersten Art alle, mit der Grundgestalt parallel stehenden, Pyramiden der Hauptreihe umfasst. Endlich leitet man aus jeder achtseitigen Pyramide durch Vergrösserung abwechselnder, aber je an einer Basenkante liegenden Flächenpaare, vierseitige Pyramiden der dritten Art ab, die eine mittlere Lage zwischen den Pyramiden der ersten und zweiten Art haben, und den Pyramiden der oben entwickelten Nebenreihen analog sind.

Die Combinationen des pyramidalen Systemes.

Die Combinationen dieses Systemes bieten weniger Schwierigkeiten bei der Entwicklung dar, als in den vorigen Systemen. Die

combinirten Gestalten treten mit 4, 8 oder 16 Flächen auf. Zwei Flächen oben, und zwei gleiche, übers Kreuz liegende unten bilden ein Sphenoid, 4 Flächen oben und 4 ihnen parallele unten gehören immer einer quadratischen Pyramide, 4 schief liegende Flächen oben und ihnen 4 entsprechende, abwechselnd mit ihnen liegende unten, gehören einem tetragonalen Trapezoëder, das sehr selten vorkommt; zwei Flächenpaare oben, und zwei übers Kreuz liegende unten bilden ein tetragonales Skalenoëder, und 8 Flächen oben, 8 entsprechende unten, gehören einer achtseitigen Pyramide.

Zur näheren Bestimmung der combinirten Formen können noch folgende Anhaltspunkte dienen:

Wenn an einer quadrat. Pyramide die Axenkanten abgestumpft sind, so gehören diese Abstumpfungsflächen der nächst stumpferen Pyramide dieser Reihe, welche sich in der diagonalen Stellung befindet; wenn aber die Ecken von den Axenkanten so zugespitzt sind, dass die Combinationskanten dem Perpendikel von der Spitze der Pyramide auf die Basenkante parallel sind, so gehören die Zuspitzungsflächen der nächst schärferen, diagonal stehenden Pyramide an.

Pyramiden in paralleler Stellung bilden horizontale Combinationskanten.

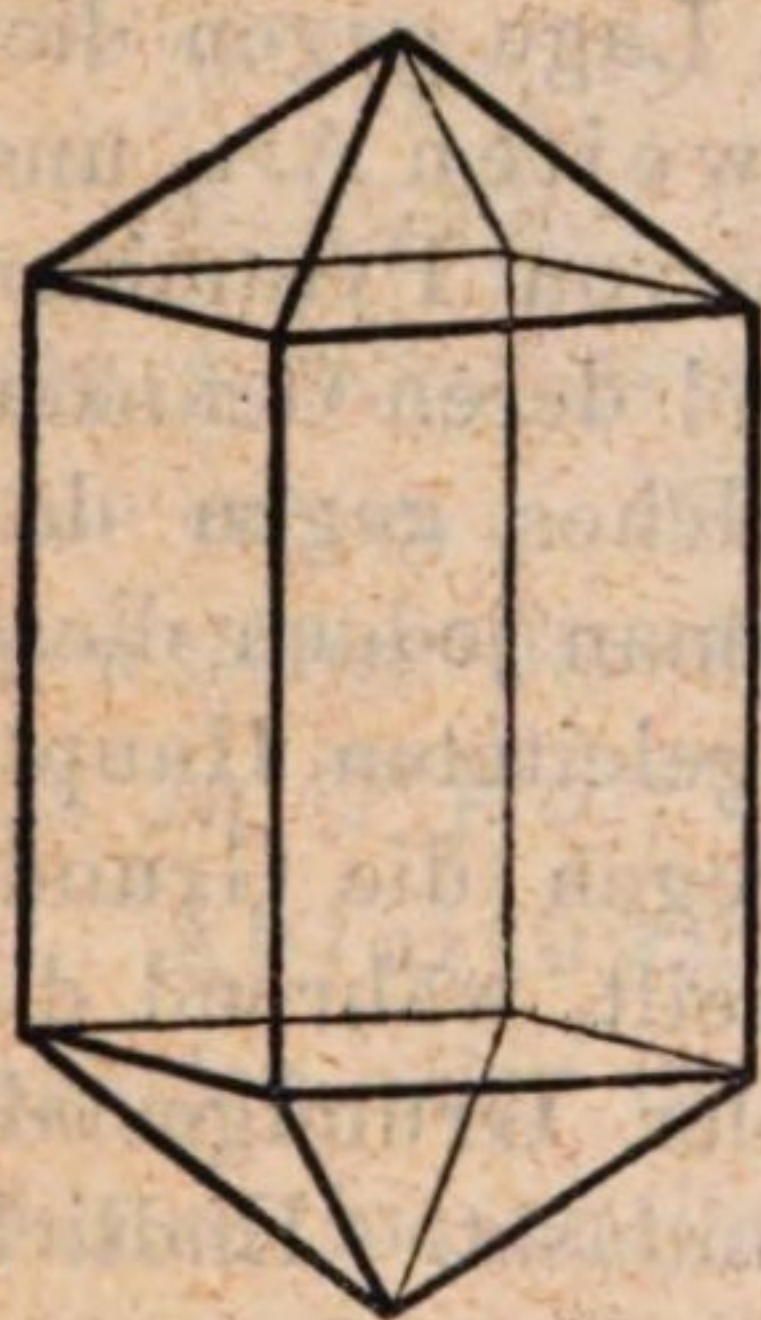


Fig. 68.



Fig. 69.

Eine quadratische Pyramide mit $P + \infty$ in paralleler Stellung bilden horizontale Combinationskanten, wie in Fig. 68; eine mit $P + \infty$ diagonal stehende aber tritt an diesem mit Rhomben und schiefen Combinationskanten auf (Fig. 69.)-

Die zu achtseitigen Pyramiden gehörigen quadratischen Pyramiden treten an den ersteren als Rhomben auf.

Die schärferen Axenkanten der achtseitigen Pyramide stumpft die zu ihm gehörige parallele quadratische Pyramide ab, die diagonale stumpft die stumpferen Axenkanten ab.

An Prismen mit der basischen Fläche erscheinen die achtseitigen Pyramiden als doppelte Zuspitzung der Ecken, an Pyramiden als Zuspitzung der Axenkanten, oder als Zuspitzung der Ecken von den Flächen, oder doppelte Zuspitzung der Spitzen.

An einer Pyramide erscheint das mit ihr parallele Prisma als Abstumpfung der Basenkanten, das diagonale als Abstumpfung der Ecken, und das achtseitige als Zuspitzung der Ecken von den Basenkanten.

§. 11. Das orthotype Krystallsystem.

Alle Krystallgestalten mit drei, in rechten Winkeln sich schneidenden rhombischen Axen, bilden das orthotype Krystallsystem.

Die einfachen Gestalten dieses Systemes beschränken sich blos auf eine holoëdrische und die von ihr abgeleitete halbe Gestalt. Diese heissen:

Bei Mohs,	Haidinger,	Naumann,	Breithaupt.
Orthotyp.	Orthotyp.	Rhombische Pyramide.	Rhombischer Pyramidenflächner.
Tetraëdrische Gestalten von ungleichseitigen Dreiecken begränzt.	Tartaroide.	Rhombische Sphenoide.	Rhombische Sphenoëder.

Das **Orthotyp** (Fig. 70.) wird von acht ungleichseitigen, paarweise gruppirten Dreiecken umschlossen. Von den 12 Kanten sind 4 gleiche, in einer horizontalen Ebene liegende Basenkanten und 8 Axenkanten, und zwar 4 stumpfere, kürzere, und 4 schärfere, längere; die gleichen treffen von der oberen und unteren Hälfte auf einander. Die zwei Spitzen werden von je 4 Axenkanten gebildet, und sind vierflächig zweierleikantig, die Ecken sind ebenfalls vierflächig und zweierleikantig, ein Paar sind aber schärfer, da zu ihrer Bildung je 2 scharfe Axenkanten beitragen, und ein Paar stumpfer, indem in denselben die stumpfen Axenkanten mit den Basenkanten zusammenstossen. Durch jedes Paar gleicher Ecken geht eine rhombische Axe, die Schnitte sind sämtlich Rhomben, und zu jeder Axe gehört ein Hauptschnitt. Da nun diese Gestalt keine Hauptaxe besitzt, so wählt man eine der drei rhombischen Axen zur Hauptaxe und nennt sie die relative Hauptaxe, welche vertical gestellt wird und bei Ableitungen stets als Hauptaxe bleibt. Jede von den drei Axen kann als Hauptaxe angenommen werden, und dann heissen die übrigen Axen Diagonalen der Basis, von welchen die längere die Makro-, und die kür-

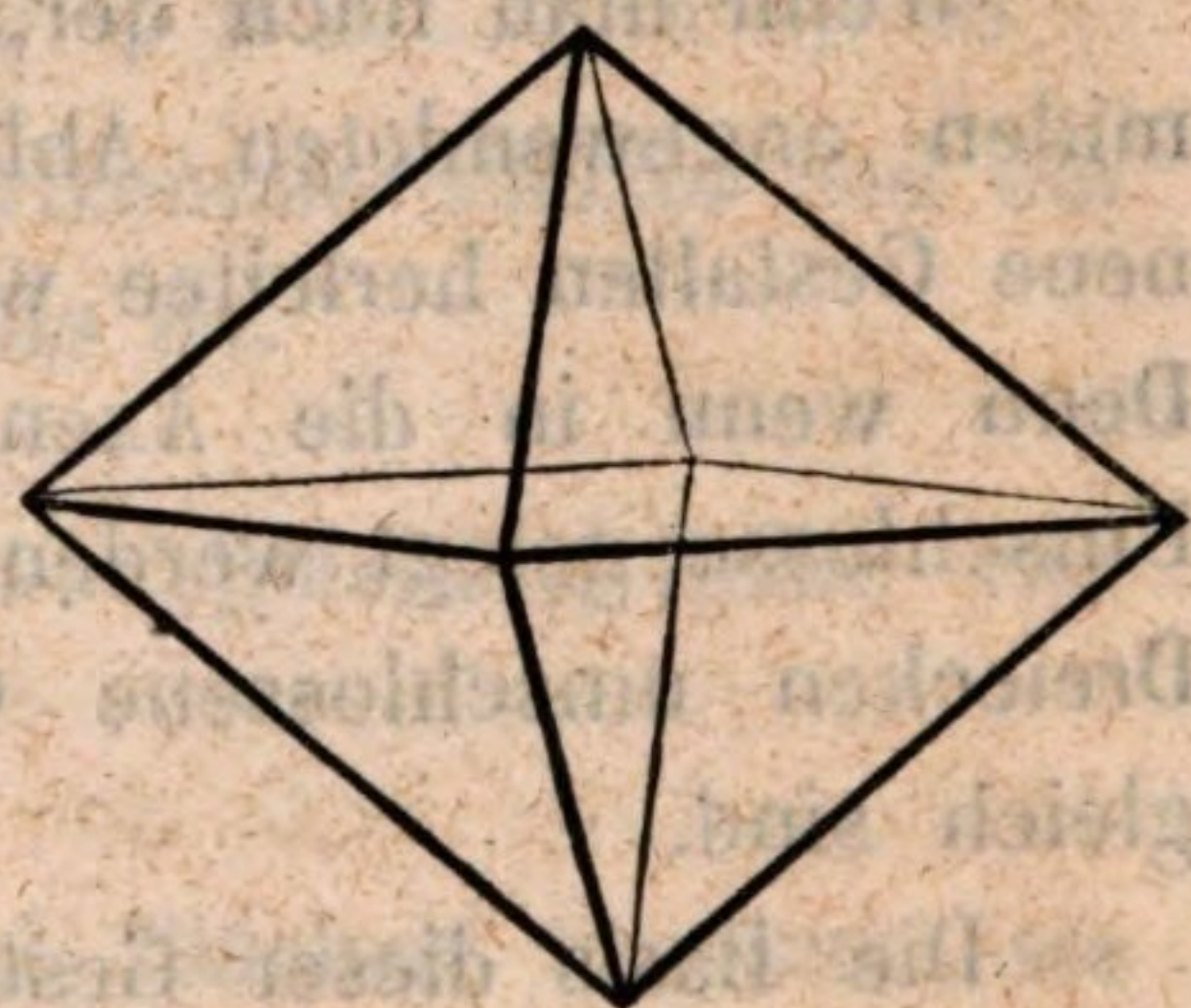


Fig. 70.

zere die Brachydiagonale genannt wird. An der Makrodiagonale liegen die schärferen, an der Brachydiagonale die stumpferen Ecken und Axenkanten. Das Orthotyp kommt für sich an Mineralien selten vor z. B. am Schwefel. Der Name bezieht sich darauf, dass die Axen dieser Gestalt rechte Winkel bilden.

Das **rhombische Sphenoid** hat die Form eines Tetraäders, wird aber von 4 ungleichseitigen Dreiecken begrenzt. Die 6 Kanten sind paarweise gleich, auch die 4 Ecken sind paarweise gleich. Durch die Mittelpunkte von Kanten gehen 3 Axen, deren zugehörige Schnitte Rhomboide sind, weshalb sie wohl auch hemiprismatische Axen genannt werden.

Die rhombischen Sphenoide entstehen aus den Orthotypen wie die Tetraëder aus dem Oktaëder, oder die quadratischen Sphenoide aus Pyramiden. Sie kommen in der Natur selten und nur untergeordnet in Combinationen vor.

Die Ableitung.

Wenn man nach der, bei Rhomboëdern und quadratischen Pyramiden angewendeten Ableitungsmethode auch aus dem Orthotyp neue Gestalten herleiten will, so erhält man zunächst kein Orthotyp. Denn wenn in die Axenkanten berührende Ebenen bis zu ihrem Umschlusse gelegt werden, so resultirt eine, von 8 gleichschenkligen Dreiecken umschlossene Gestalt, von welchen bloß je 4 einander gleich sind.

Die Basis dieser Gestalt ist ein Rechteck, und man nennt sie die Hilfgestalt (Fig. 71). Da diese Gestalt keine einfache Form ist, so kann mit deren Entstehung die Ableitung noch nicht vollendet sein, vielmehr entsteht erst dann, wenn in die Axenkanten derselben berührende Ebenen bis zu ihrem Umschlusse so gelegt wer-

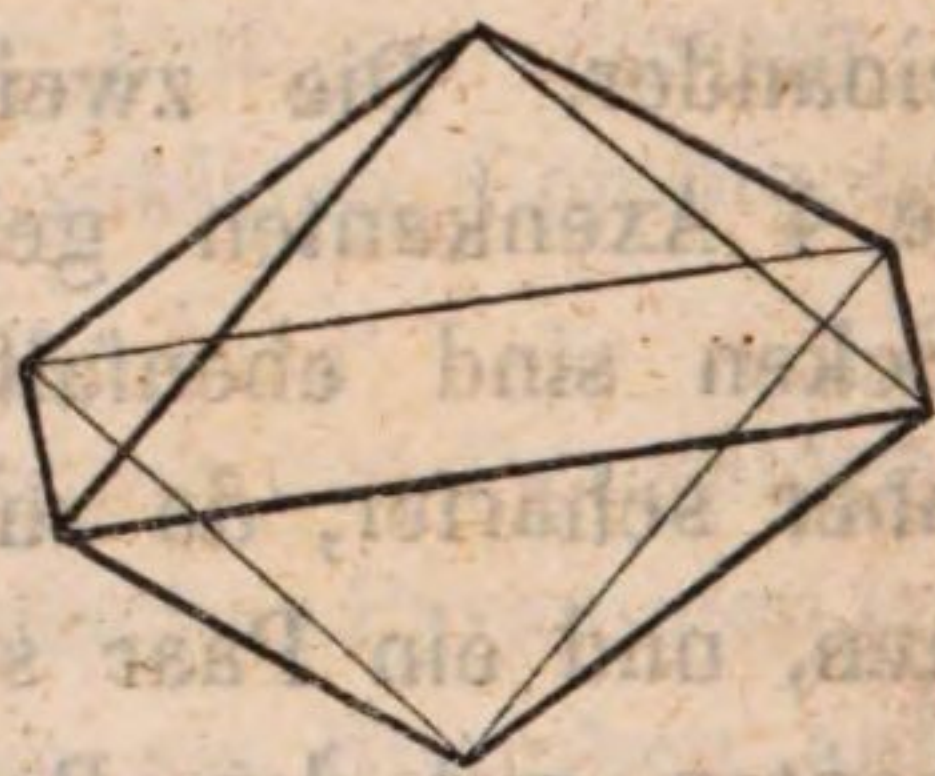


Fig. 71.

den, dass die Seiten der Basis der neuen Gestalt, den Seiten der Basis der Grundgestalt parallel sind, ein neues Orthotyp, dessen Axe bei gleichen Projectionen genau halb so lang ist, als die Axe der Grundgestalt. Wenn man nun weiter von diesem neuen Orthotype eine Ableitung vornimmt, so gelangt man wieder durch eine Hilfgestalt zu einem noch stumpferen Orthotype, dessen Axe wieder halb so lang ist als die Axe des Orthotypes, welches zur Ableitung diente, sie beträgt also nur das Viertel der Axe des Grundorthotypes. Da

aber auch dieses letztere zu einem schärferen Orthotyp in demselben Verhältnisse steht, wie das abgeleitete Orthotyp zur Grundgestalt, und nach diesem Gesetze eine unendliche Menge Orthotype abgeleitet werden können, so ergibt sich hieraus eine Reihe von Orthotypen, deren Glieder sämmtlich parallel stehen. Die Axen zweier auf einander folgenden Glieder in dieser Reihe verhalten sich stets wie 1 : 2.

Wenn man diese Reihe mit einer Reihe quadratischer Pyramiden vergleicht, so findet man, dass in der Orthotypenreihe die diagonal stehenden Glieder der Pyramidenreihe fehlen; und diesen entsprechen hier die Hilfgestalten, welche aus der Orthotypenreihe wegfallen.

Die Axen der Glieder einer solchen Reihe verhalten sich also wie die Potenzen der Zahl 2, daher kann man ein Stück dieser Reihe, wenn P ein Orthotyp bezeichnet, folgendermassen darstellen

$$\dots P - 2, P - 1, P, P + 1, P + 2, \dots$$

und da man durch $P + n$ ein jedes beliebige Orthotyp bezeichnen kann, so lässt sich die Reihe aller Orthotype von gleicher Basis durch

$$P - \infty \dots P - n \dots P \dots P + n \dots P + \infty$$

allgemein darstellen, deren Gränzen die horizontale Fläche und ein Prisma bilden, dessen Querschnitt ein Rhombus ist.

Diese, unmittelbar aus der Grundgestalt abgeleitete, Reihe von Orthotypen heisst die Hauptreihe.

Die Hilfgestalten werden von zweierlei Flächen begränzt, sie sind daher Combinationen, und man kann sie in einfache Gestalten zerlegen. Die gleichen Flächen an einer Hilfgestalt würden, wenn sie durch dazwischenliegende Flächen nicht begränzt wären, ein Prisma bilden, welches eine horizontale Lage hätte. Bei einem solchen Prisma ist die Axe und eine Diagonale unverändert, die andere Diagonale ist unendlich gross. Weil aber jede Hilfgestalt in zwei solche Prismen sich zerlegen lässt, so folgt hieraus, dass zu jedem Orthotyp zwei horizontale Prismen gehören; und zwar eines zu der langen, das andere zur kurzen Diagonale. Das durch Vergrösserung der breiten Dreiecke an der Hilfgestalt entstehende horizontale Prisma gehört zur kurzen Diagonale, weil diese an dem Prisma unverändert ist, und das andere, welches durch Erweiterung der schmalen Dreiecke zum Vorschein kommt, gehört zur langen Diagonale, weil dieselbe an dem Prisma unverändert ist, während die andere unend-

lich lang wurde. Diese Prismen können nur an Combinationen vorkommen, weil 4 in einer Richtung liegende Flächen keine Gestalt gänzlich umschliessen.

Da nun zu jedem Orthotype eine Hilfgestalt gehört, die sich in zwei horizontale Prismen auflösen lässt, so müssen mit der Hauptreihe der Orthotype 2 Reihen von horizontalen Prismen parallel laufen. Ein horizontales Prisma überhaupt bezeichnet man durch $P+n$, wo n die Potenz der Zahl 2 ist, welche anzeigt, zu welchem Orthotype das Prisma gehört. Weil aber zu jedem Orthotype 2 horizontale Prismen gehören, so bezeichnet man mit $\overline{P}+n$ das zur langen, und mit $\underline{P}+n$ das zur kurzen Diagonale gehörige horizontale Prisma eines unbestimmten Orthotypes $P+n$.

Wenn man die zwei Reihen horizontaler Prismen allgemein bezeichnet und der Hauptreihe der Orthotype parallel stellt, so gestaltet sich diese Bezeichnung folgendermassen:

$$\begin{array}{l} P-\infty \quad \dots \quad P-1, \quad P, \quad P+1 \quad \dots \quad P+\infty \\ P-\infty \quad \left\{ \begin{array}{l} \dots \quad \overline{P}-1, \quad \overline{P}, \quad \overline{P}+1 \quad \dots \quad \overline{P}+\infty \\ \dots \quad \underline{P}-1, \quad \underline{P}, \quad \underline{P}+1 \quad \dots \quad \underline{P}+\infty \end{array} \right. \end{array}$$

Die Gränze dieser Prismen ist auf der Seite der abnehmenden Axen eine horizontale Fläche, die überhaupt mit $P-\infty$ bezeichnet wird; auf der Seite der wachsenden Axen ist aber die Gränze eine andere. Ein horizontales Prisma hat 4 Kanten, eine obere und eine untere Axenkante, die übrigen sind Mittelkanten. Wenn die Axe des Prisma nach den Potenzen von 2 wächst, so müssen die Mittelkanten stumpfer werden, wird aber der Exponent unendlich gross, so wird auch die Axe des Prisma unendlich lang, die Mittelkanten verschwinden, und aus den vier Flächen des Prisma werden zwei vertical stehende. Auf diese Art entsteht ein zur langen und ein zur kurzen Diagonale gehöriges verticales Flächenpaar, die deshalb mit $\overline{P}+\infty$ und $\underline{P}+\infty$ bezeichnet werden. Diese verticalen Flächen heissen Diagonalfächen. Es geschieht zuweilen, dass sich beiderlei Diagonalfächen combiniren, woraus ein rechtwinkliches Prisma resultirt, dessen Querschnitt sogar ein Quadrat werden kann wie in Fig. 77, so dass es ein Prisma des pyramidalen Systemes zu sein scheint.

Ableitung der Orthotype unähnlichen Querschnittes.

Wenn man jenes Verfahren an einem Orthotype anwendet, durch welches man aus einer quadratischen Pyramide eine achtseitige Pyramide ableitet, so verwandeln sich die Flächen des Orthotypes in Rhomboide; zieht man dann von dem unteren Winkel eines solchen Rhomboids zur Spitze des Orthotypes eine

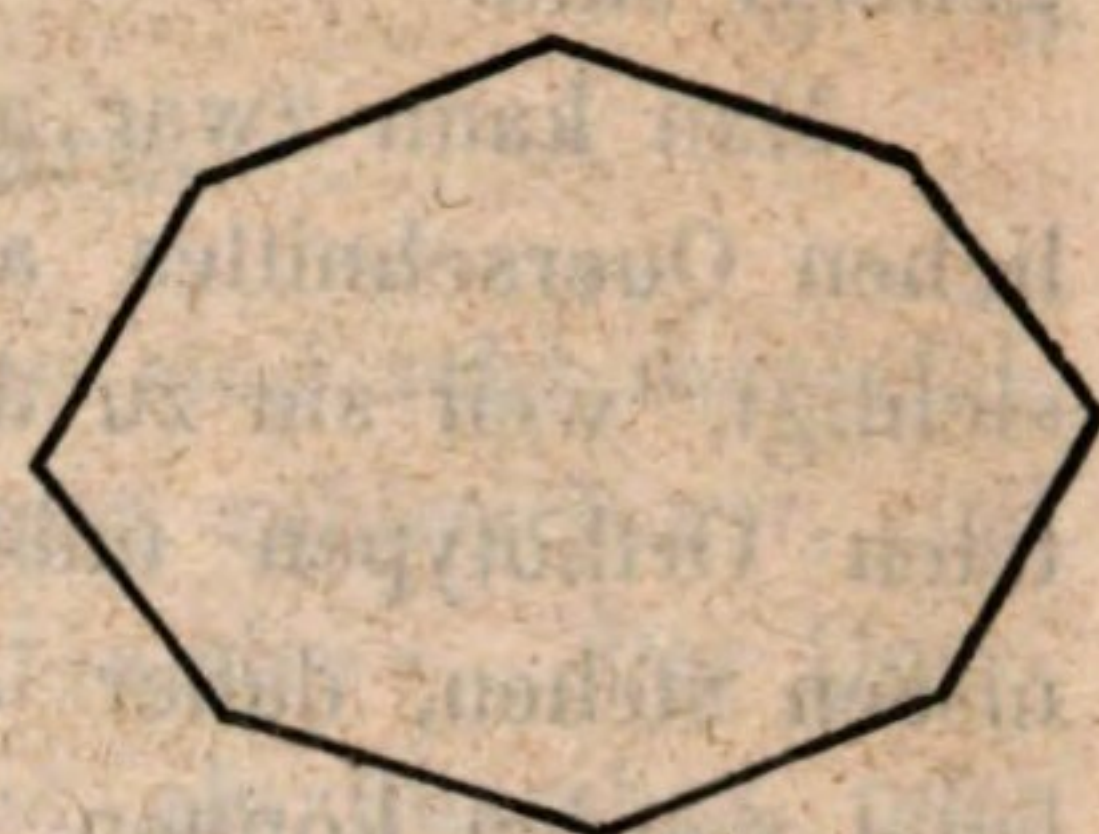


Fig. 72.

Linie, und legt in jede Axenkante je zwei Flächen, so dass sie die gezogenen Hilfslinien berühren, so entsteht eine pyramidenähnliche Gestalt, die von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen ist, von welchen je 4 einander gleich sind. Der Mittelquerschnitt dieser Gestalt ist ein halbsymmetrisches Achteck, mit je 2 gegenüberliegenden gleichen Seitenpaaren, von denen die an der kurzen Diagonale liegenden länger sind als die anderen (Fig. 72.)

Diese Gestalt ist keine einfache Form, weil sie zweierlei Flächen hat. Erweitert man aber je 4 gleiche Flächen bis zum Umschlusse, so entstehen zwei übers Kreuz gegen einander stehende Orthotype, welche eine von der Grundgestalt verschiedene Basis haben, und daher Orthotype unähnlichen Querschnittes genannt werden.

Bei einem dieser Orthotype ist die lange bei dem anderen die kurze Diagonale der Grundgestalt unverändert geblieben, es gehört daher das erstere zur langen, das letztere zur kurzen Diagonale, und weil aus jedem Orthotype 2 Orthotype unähnlichen Querschnittes abgeleitet werden können, so folgt hieraus, dass mit der Hauptreihe der Orthotype zwei Reihen von Orthotypen unähnlichen Querschnittes parallel laufen müssen, deren Bezeichnung in Folgendem dargestellt ist, wobei die Hauptreihe der Orthotype mit aufgenommen wurde, um den Parallelismus der Reihen ersichtlich zu machen:

$$\begin{array}{l}
 P-\infty \quad . . . \quad P-1, \quad P, \quad P+1 \quad . . . \quad P+\infty \\
 P-\infty \quad \left\{ \begin{array}{l} . . . \quad (\overline{P-1})^m, \quad (\overline{P})^m, \quad (\overline{P+1})^m \quad . . . \quad (\overline{P+\infty})^m \\ . . . \quad (\overline{P-1})^m, \quad (\overline{P})^m, \quad (\overline{P+1})^m \quad . . . \quad (\overline{P+\infty})^m \end{array} \right.
 \end{array}$$

Bei dieser Bezeichnung zeigt der Exponent m die Vervielfältigung der Diagonale, die immer nach einer positiven und rationalen Zahl geschehen muss, welche grösser ist als 1. Die Endgestalten dieser Reihen sind einerseits die basische Fläche, die immer mit $P-\infty$ bezeichnet wird, andererseits zwei verticale rhombische Prismen, deren Flächen aber beim makrodiagonalen mehr gegen die stumpfe, beim

brachydiagonalen aber mehr gegen die scharfe Kante von $P+\infty$ geneigt sind.

Man kann zwar aus der Hilfsgestalt ebenfalls Orthotype unähnlichen Querschnittes ableiten, diese werden jedoch weniger berücksichtigt, weil sie zu den, unmittelbar aus der Grundgestalt abgeleiteten Orthotypen unähnlichen Querschnittes in bestimmten Verhältnissen stehen, daher aus der Grundgestalt selbst unmittelbar abgeleitet werden können.

Die Nebenreihen. Wenn in die Axenkanten der Hilfsgestalten Flächen so gelegt werden, dass ihre Durchschnitte der Basis der Grundgestalt ähnliche Rhomben werden, so dass die Seiten derselben mit den Seiten der Grundfläche parallel sind, so bilden sie eine Reihe von Orthotypen, deren Axen jedoch nicht Potenzen der Zahl 2 sind. Diese Reihe heisst die Nebenreihe, und weil die Axe verschiedene Werthe haben kann, die nicht Potenzen von 2 sind, so kann es auch mancherlei Nebenreihen geben, zu deren jeder, analog der Hauptreihe, zwei Reihen horizontaler Prismen, nämlich die makro- und brachydiagonale Reihe gehören, deren Gränzen einerseits basische Flächen, andererseits die Diagonalfächen bilden.

Die Ableitung nach Prof. Naumann ist einfacher als die Mohsische, oben geschilderte.

Eine rhombische Pyramide (Orthotyp) wird als Grundgestalt angenommen und aus ihr eine Reihe Pyramiden durch Vervielfältigung der Hauptaxe abgeleitet, deren Gränzen die basische Fläche und das Prisma sind.

Wird jedoch die Makrodiagonale verlängert, und legt man von den stumpfen Axenkanten gegen dieselbe Flächen, so entsteht eine in der Richtung der langen Diagonale breitere rhombische Pyramide mit der Brachydiagonale der Grundgestalt, welche zu einem horizontalen Prisma bei Naumann Doma (d. i. Dach) wird, wenn man die Diagonale ins Unendliche verlängert. Dasselbe kann man mit der kurzen Diagonale thun, und erhält so eine Reihe rhombischer Pyramiden, bei denen die lange Diagonale der Grundgestalt erhalten ist, und die Endgestalt dieser Reihe ist wieder ein Doma, und zwar das Brachydoma, während das erstere Makrodoma genannt wird.

Da dieser doppelten Ableitung jedes Glied der Grundreihe, also auch das ∞P , d. i. das verticale Prisma unterworfen werden kann, so erhält man aus diesem durch Verlängerung einer Diagonale verschiedene Prismen, bei deren jedem eine Diagonale unverändert ist, wird jedoch eine seiner Diagonalen unendlich lang, so entstehen aus dem verticalen Prisma zwei Flächen d. i. die Diagonalfächen, welche entweder das Makropinakoid oder das Brachypinakoid bilden, denn Pinakoid heisst ein jedes abgeleitete Paar Flächen, daher auch die ba-

sischen Flächen bei Prof. Naumann das basische Pinakoid genannt werden.

Die orthotypen Combinationen.

Combinationen der Gestalten dieses Systemes sind sehr manigfaltig; namentlich kommen die verschiedenen Prismen zahlreich vor, und verschaffen dem Systeme den Namen prismatisches. Der Querschnitt eines Krystalls aus diesem Systeme ist ein Rhombus, oder eine Fläche aus der rhombischen Reihe (s. pag. 4). Dadurch unterscheiden sich die prismatischen Combinationen leicht von pyramidalen, denn der Querschnitt dieser letzteren ist immer ein Quadrat, oder eine Fläche aus der quadratischen Reihe (s. pag. 3). Mit rhomboedrischen Combinationen können sie fast gar nicht verwechselt werden, weil der Querschnitt dieser letzteren immer eine Fläche aus der trigonalen Reihe (s. pag. 3) ist, und an den combinirten gleichen Flächen die Drei- oder Sechszahl vorherrscht.

Folgende Anhaltspunkte können bei Entwicklung der Combinationen dieses Systemes dienlich sein:

Das verticale Prisma, welches am Orthotype eine Abstumpfung der Basenkanten bildet, steht mit denselben in paralleler Stellung; das zur langen Diagonale gehörige horiz. Prisma bildet eine Abstumpfung der scharfen Axenkanten, das zur kurzen Diagonale gehörige eine Abstumpfung der stumpferen Axenkanten; die zur langen Diagonale gehörigen Diagonalfächen stumpfen die scharfen, die zur kurzen gehörigen die stumpfen Ecken und die basische Fläche die Spitzen ab.

Orthotype unähnlichen Querschnittes schärfen entweder die längeren oder kürzeren Axenkanten zu, je nachdem die lange oder kurze Diagonale der Grundgestalt unverändert ist.

Zuspitzungen der Spitzen von Orthotypen mit horizontalen Combinationenkanten deuten Orthotype aus derselben Reihe, Zuspitzungen einer Art Ecken von der Fläche Orthotype unähnlichen Querschnittes oder der Nebenreihe, und Zuspitzungen derselben von den Basenkanten verticale Prismen unähnlichen Querschnitts an.

Zuschärfungen der Spitzen von zwei gleichen Axenkanten, oder einer Art Ecken von den Axenkanten bilden horizontale Prismen.

Horizontale Prismen bilden mit den zu ihnen gehörigen Diagonalfächen horizontale Combinationenkanten.

Die Prismen aus Orthotypen unähnlichen Querschnittes bilden mit den zu ihnen gehörigen Orthotypen horizontale, mit anderen schiefe Combinationenkanten.

Die Abbildung Fig. 73 zeigt ein, zur kurzen Diagonale gehöriges, horizontales Prisma, weil diese Diagonale an der Combination vorhanden, während die andere unendlich ist; geschlossen ist dieses Prisma mit den Diagonalflächen, die zur langen Diagonale gehören. Fig. 74 zeigt dieselbe Combination, nur dass hier die Diagonalflächen vorherrschend sind, während in Fig. 73 das Prisma vorherrscht.

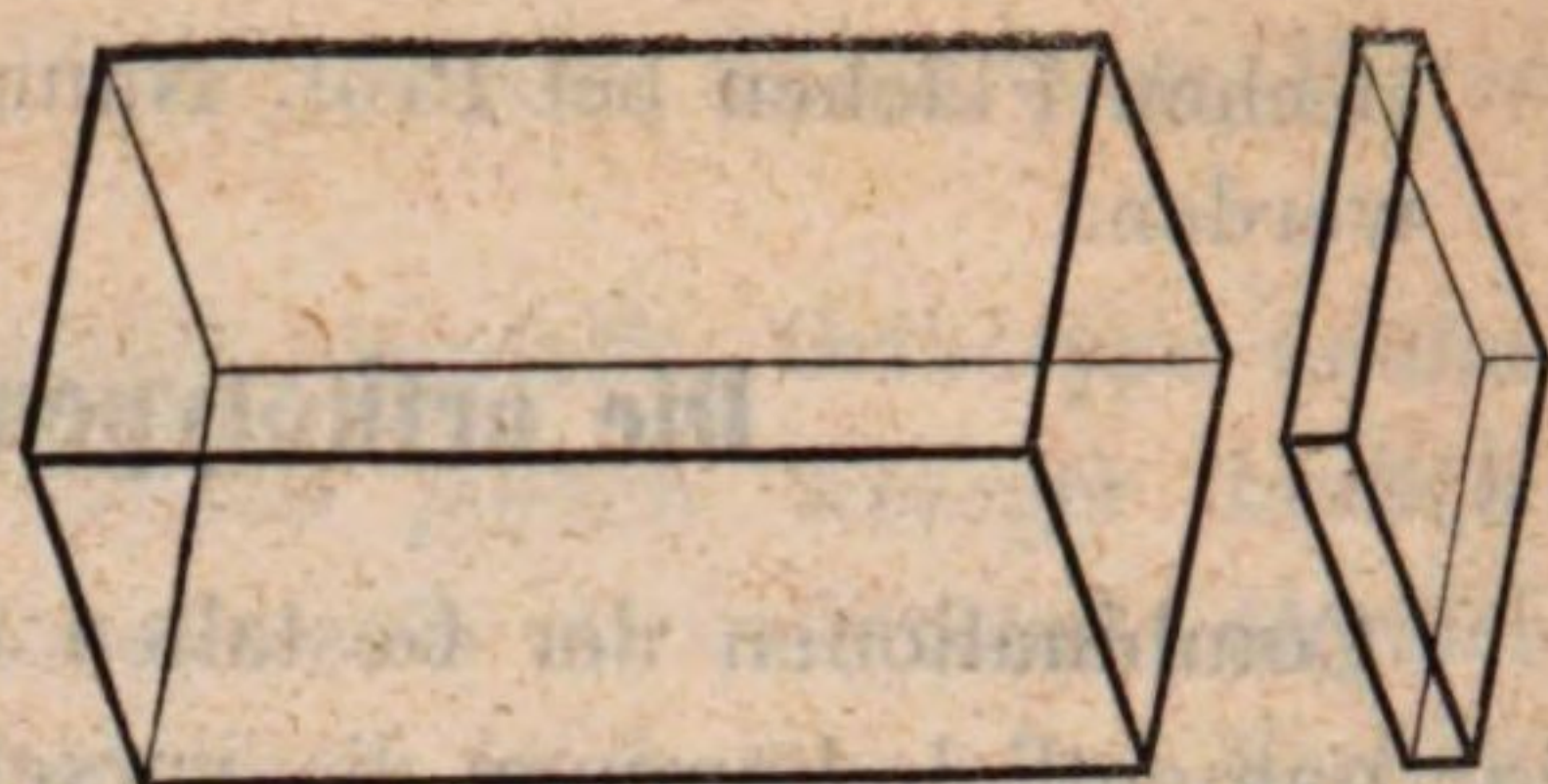


Fig. 73.

Fig. 74.

In den Combinationen Fig. 75 und 76 ist ein verticales Prisma, welches aber in 75 durch ein makrodiagonales, in Fig. 76 aber durch ein brachydiagonales, horizontales Prisma abgegränzt ist.

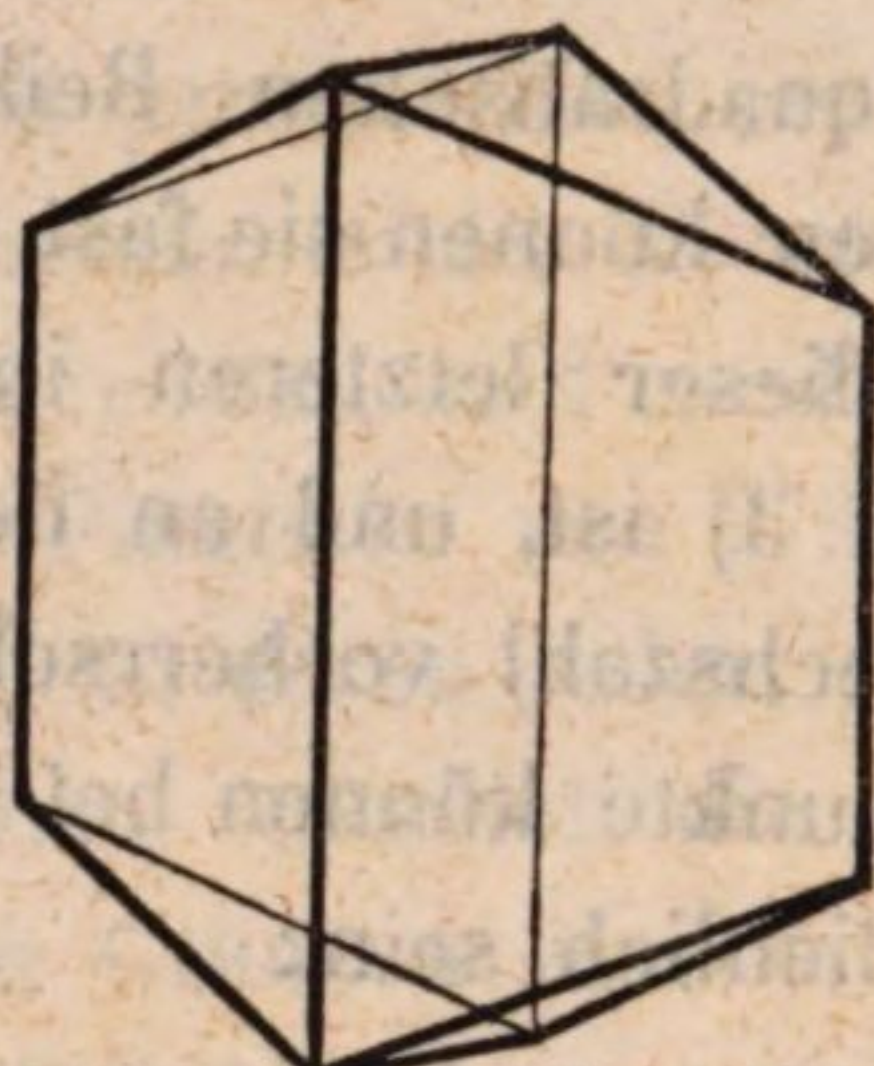


Fig. 75.

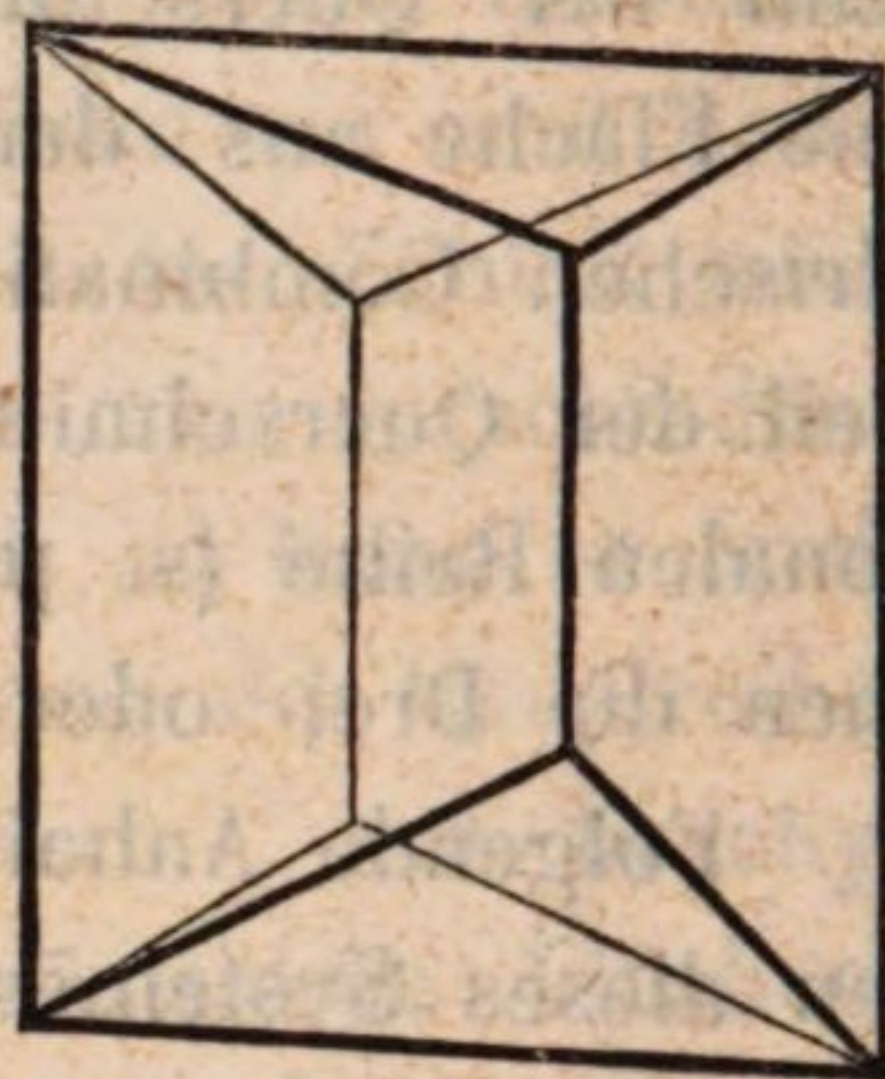


Fig. 76.



Fig. 77.

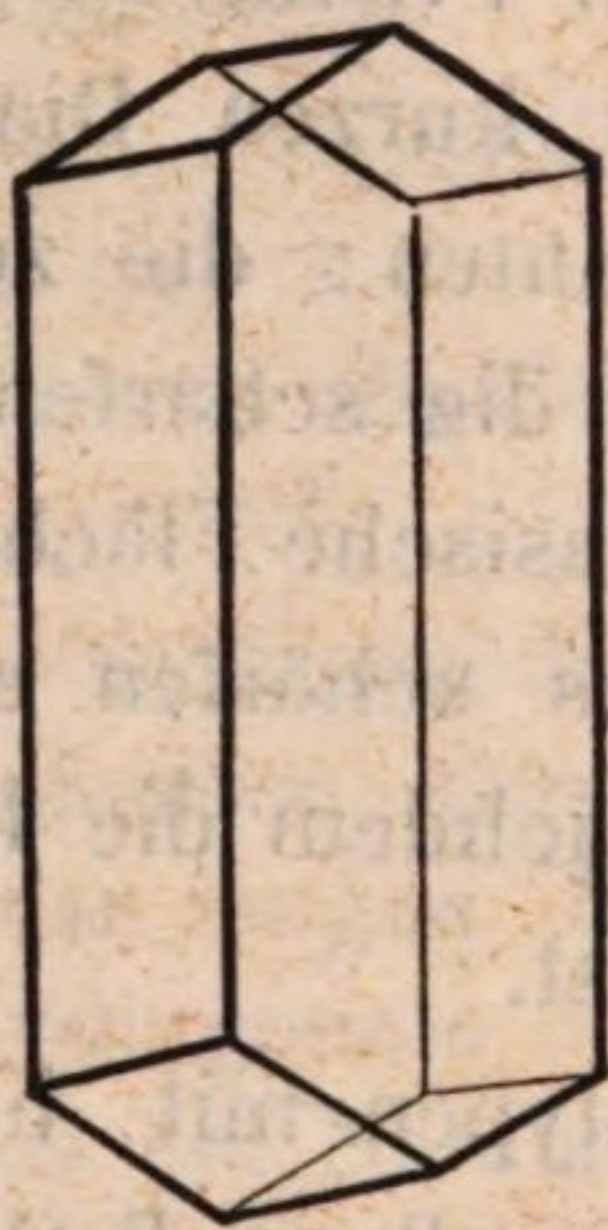


Fig. 78.

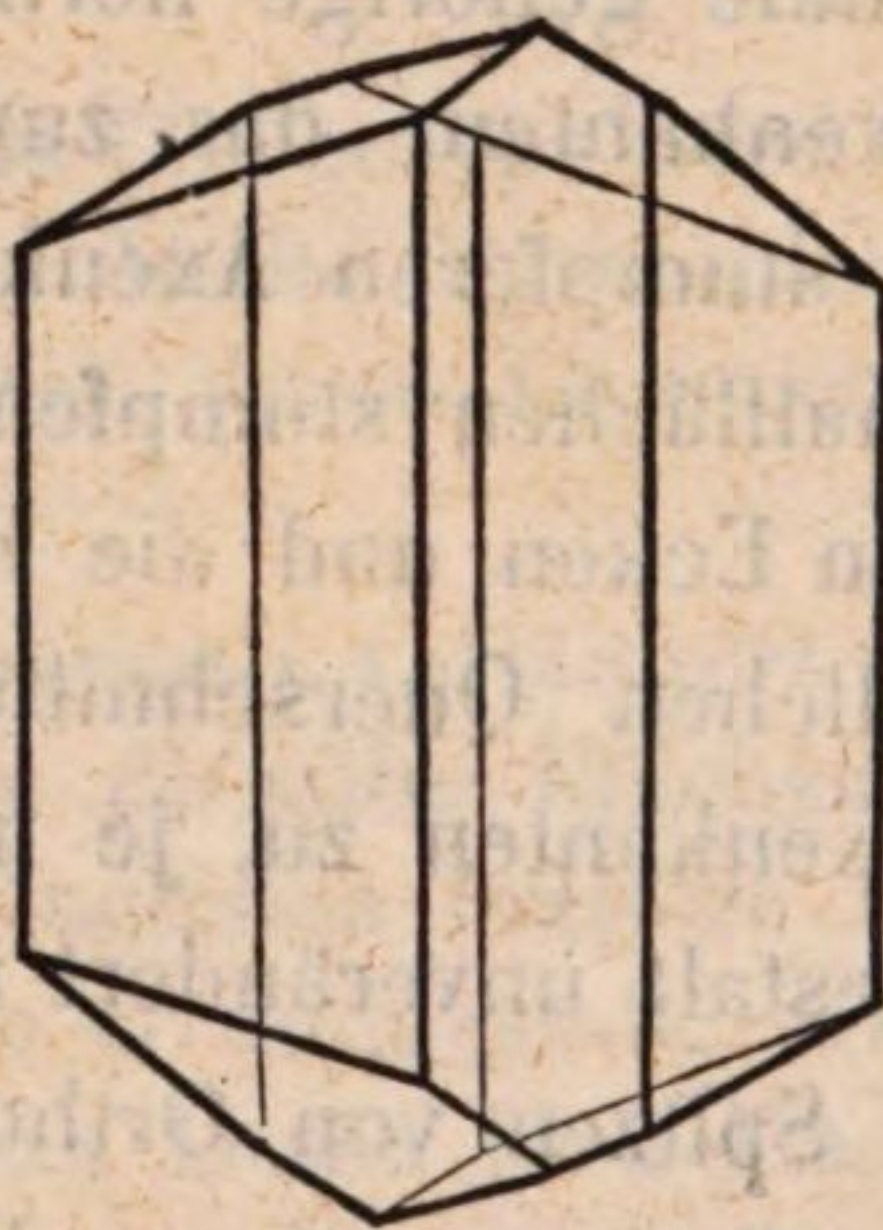


Fig. 79.

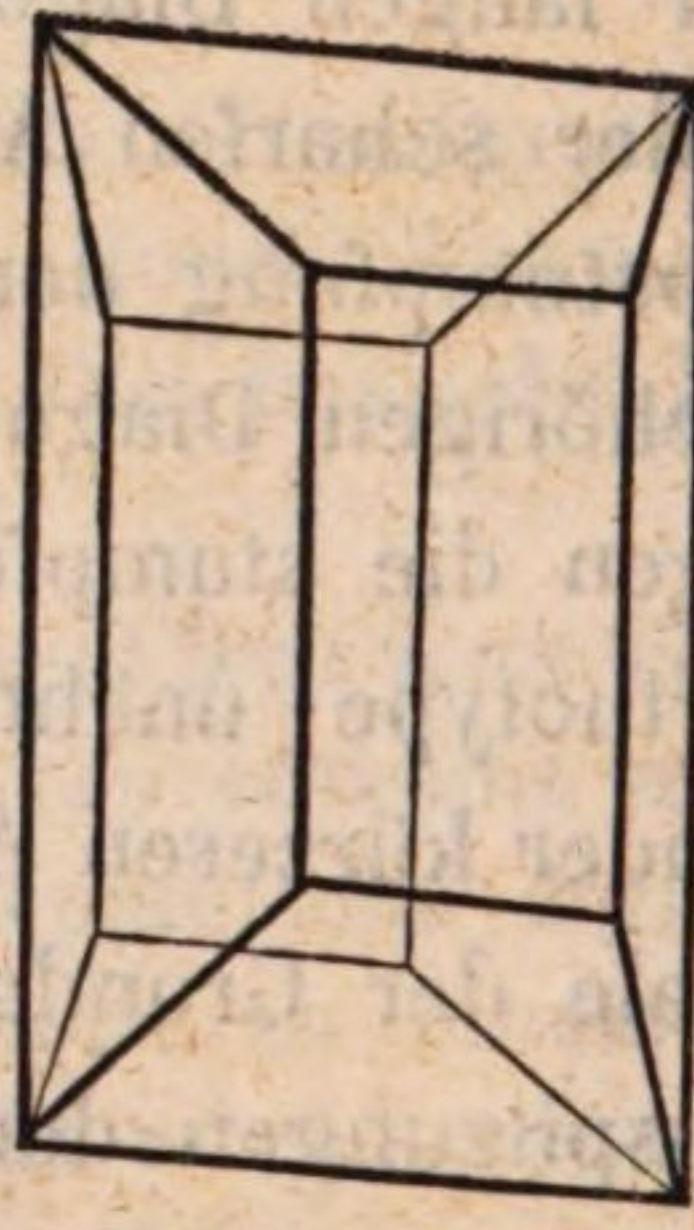


Fig. 80.

Die Combination Fig. 77 besteht aus dem Orthotype und den beiden Diagonalflächen. Fig. 78 stellt ein horizontales Prisma und beide Diagonalflächen vor, von denen jene zum Prisma gehören, die mit demselben horizontale Combinationskanten bilden. Fig. 79 ist ein verticales Prisma mit einem horizontalen, zur langen Diagonale gehörigen Prisma, und den verticalen Endflächen, die zur kurzen Diagonale gehören. Fig. 80 ist ein verticales und ein horizontales, makrodiagonales Prisma, mit den dazu gehörigen Diagonalflächen.

§. 12. Das hemiorthotype Krystallsystem.

Die Gestalten dieses Systemes besitzen drei Axen von verschiedener Länge, deren zwei sich unter rechten Winkeln schneiden, die dritte jedoch gegen eine von ihnen geneigt ist, und die hemiprismatische Axe genannt wird. Man nimmt diese geneigte Axe als die Hauptaxe an, und nennt jenen Winkel, den ein von ihrer Spitze auf die zu ihr geneigte Diagonale gefälltes Perpendikel bildet, die Abweichung der Axe, welche zur Bestimmung eines Hemiorthotypes nothwendig ist.

Die Grundgestalt dieses Systemes heisst bei Mohs: Hemiorthotyp, bei Haidinger: Augitoid, bei Naumann: Monoklinoëdrische Pyramide.

Das **Hemiorthotyp** (Fig. 81.) ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken begränzt, von denen je 4 gleich sind, und zwei gleiche Flächenpaare bilden. Alle 4 abwechselnd liegende Flächenpaare schneiden sich in der Basis, deren Seiten einen Rhombus umschliessen. Von den 12 Kanten sind 4 gleiche Basenkanten, 4 gleiche und 4 nur paarweise gleiche Axenkanten. Die Ecken sind vierflächig und nur paarweise gleich; die Spitzen und ein Paar Ecken sind dreierleikantig, das andere Paar Ecken nur zweierleikantig. Die schiefe Hauptaxe verbindet die Spitzen; der zu ihr gehörige Hauptschnitt ist die Basis, welche einen Rhombus bildet; die eine der Diagonalen, auf der die Hauptaxe schief steht, heisst die Queraxe, und die andere die Längsaxe. Zur Queraxe gehört der durch gleiche Axenkanten gehende Hauptschnitt, welcher ein Rhombus ist, und zur Längsaxe der, durch die ungleichen Axenkanten gehende Hauptschnitt, ein Rhomboid.

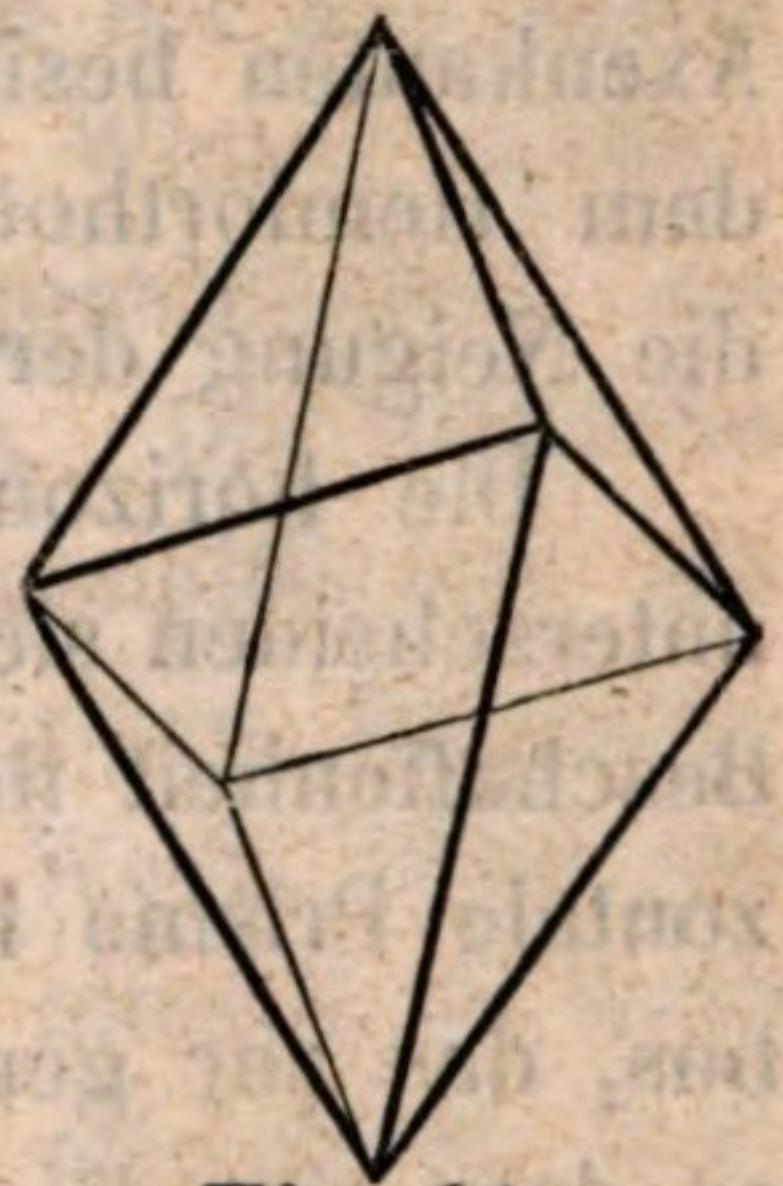


Fig. 81.

Wenn aber die Hauptaxe senkrecht steht, so ist die Basis zu ihr geneigt. In diesem Falle liegt die eine Diagonale horizontal und wird von Naumann Orthodiagonale genannt, und die andere Diagonale, welche schief liegt geneigt, heisst Klinodiagonale.

Das Hemiorthotyp ist keine einfache Gestalt, und wird als eine Zusammensetzung zweier halben Orthotype von ungleicher Ausmessung angesehen. Diese Hälften sind von einander völlig unabhängig, so dass jede für sich an Krystallen vorkommen kann; welche Erscheinung viel häufiger in der Natur sich darbietet, als das Vorkommen vollständiger Hemiorthotype, die auch nur in Combinationen anzutreffen sind.

Die Ableitung neuer Gestalten aus dem Hemiorthotype geschieht genau so, wie aus dem Orthotype; deshalb muss aus dem Hemiorthotype mittelst der Hilfgestalten, die von zwei Paaren gleichschenkliger und 4 ungleichseitigen Dreiecken begränzt werden, eine Reihe von Hemiorthotypen ähnlichen Querschnittes entstehen, deren Gränzen die basische Fläche und ein schiefes Prisma bilden, dessen Querschnitt ein Rhombus ist. Die Bezeichnung dieser Reihe ist ähnlich der Bezeichnung bei Orthotypen, weil das Zeichen eines Hemiorthotypes ebenfalls $P + n$ ist, nur dass man dabei ein $+\frac{P+n}{2}$ und ein $-\frac{P+n}{2}$ als Hälften unterscheidet, deren erstere die längeren, die letztere aber die kürzeren von den ungleichen Axenkanten besitzt. Auch alle übrigen Ableitungen geschehen aus dem Hemiorthotype so, wie ähnliche aus dem Orthotype; nur muss die Neigung der Axe oder Diagonale stets berücksichtigt werden.

Die horizontalen Prismen, die zu jedem Hemiorthotype gehören, unterscheiden sich nicht blos durch ihre Lage, sondern auch durch die Beschaffenheit ihrer Flächen. Das zur Orthodiagonale gehörige horizontale Prisma hat gleiche Flächen, und sein Querschnitt ist ein Rhombus, das zur geneigten Diagonale gehörige aber hat zweierlei Flächen, so dass nur die parallelen gleich sind, und der Querschnitt desselben ist ein Rhomboid. Aus diesem folgt, dass die Diagonalfächen, die aus dem ersteren Prisma entstehen, rechtwinklich auf der horizontalen Diagonale stehen, während die zum letzteren Prisma gehörenden Diagonalfächen die geneigte Diagonale schiefwinklich treffen.

Das erstere dieser Prismen heisst bei Naumann Klinodoma, weil es geneigt ist, wenn man die Axe senkrecht stehend annimmt, und dieses Prisma durch unendliche Verlängerung der Klinodiagonale aus dem Hemiorthotype ableitet. Das zweite horizontale Prisma heisst Orthodoma, und wird aus dem Hemiorthotype durch unendliche Verlängerung der Orthodiagonale abgeleitet.

Die hemiorthotypen Combinationen.

Die Combinationen, die sich an Mineralien vorfinden, welche in diesem Systeme krystallisiren, sind ziemlich zahlreich, und in manchen Fällen ist die Entwicklung derselben nicht besonders leicht.

Im Allgemeinen muss bemerkt werden, dass Hälften von Hemiorthotypen häufig vorkommen, die sich durch zwei gleiche Flächenpaare charaktersiren, deren eines an der oberen, das andere an

der unteren Spitze des Krystalles sich befindet. Von einem horizontalen Prisma ist ein halbes Hemiorthotyp dadurch leicht zu unterscheiden, dass die Flächen des Prisma nur gegen die Axe geneigt sind, zur Diagonale haben sie eine parallele Lage, daher auch ihre Kanten horizontal liegen; die Flächen eines Hemiorthotypes aber haben gegen die Axe und zu den Diagonalen eine schiefe Lage, und die, jedem Paare derselben gemeinschaftliche Kante ist daher gegen den Horizont geneigt.

Aber auch die horizontalen Prismen treten häufig nur mit Hälften auf, welche sich als zwei parallele Flächen, eine oben eine unten darstellen, und sind daran als Prismaflächen leicht zu erkennen, dass sie nur in einer Richtung geneigt sind.

Die basische Fläche muss bei diesen Gestalten auf der Axe schief stehen, weil die Basis selbst mit der Axe schiefe Winkel bildet; parallel dem rhombischen Hauptschnitte liegen Diagonalfächen, die zur Queraxe d. i. der geneigten Diagonale gehören. Die basische Fläche stumpft die Spitzen ab, die genannten Diagonalfächen die dreierleikantigen Ecken; und die zur Längsaxe gehörigen Diagonalfächen stumpfen die zweierleikantigen Ecken ab. Wenn man auf die geneigte Diagonale stets die gehörige Rücksicht nimmt, so kann die Entwicklung der Combinationen auch dadurch erleichtert werden, dass man sie mit orthotypen Gestalten vergleicht.

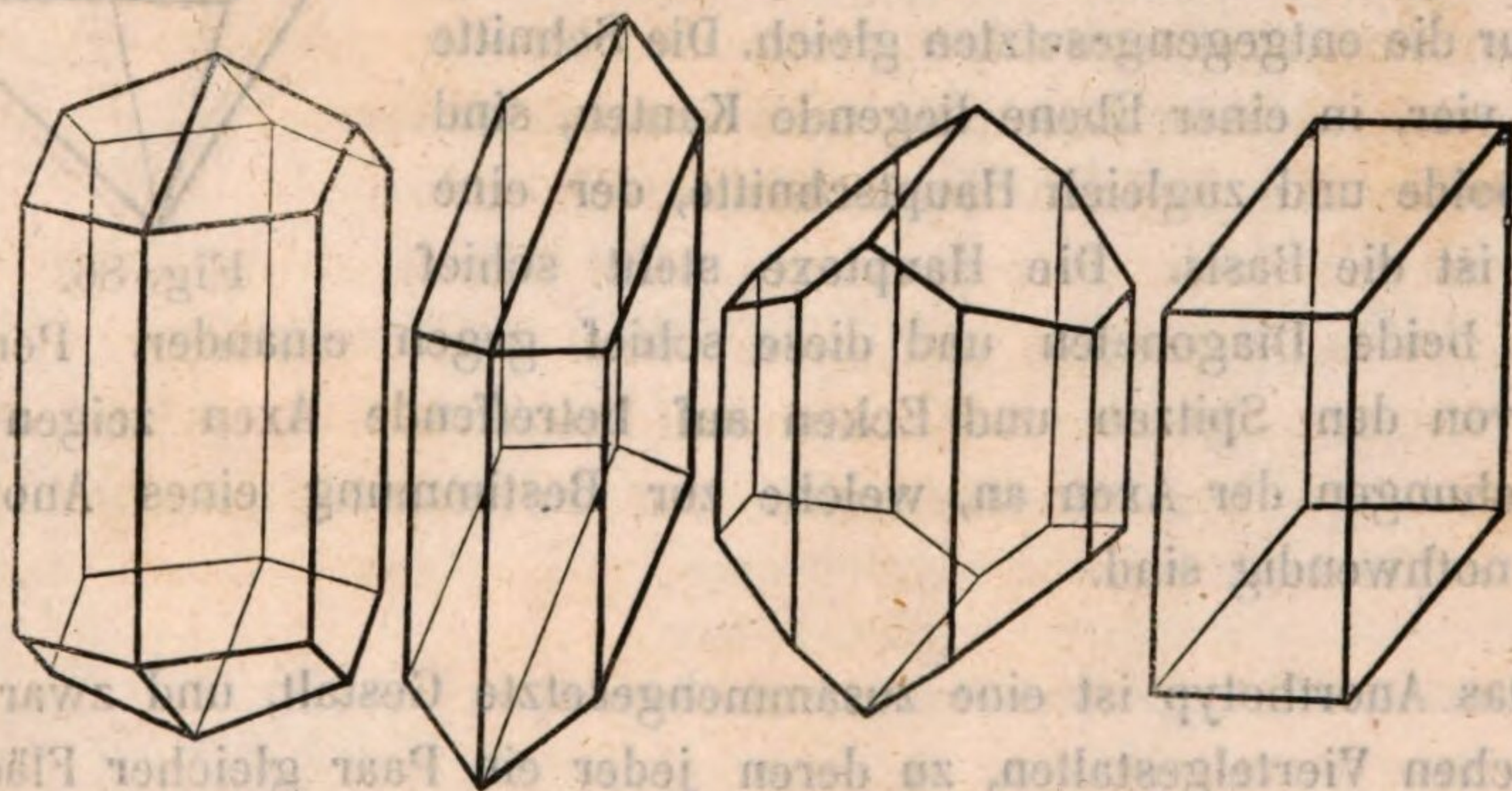


Fig. 82. Fig. 83. Fig. 84. Fig. 85.

An der vorstehenden Abbildung zeigt Fig. 82. eine Combination, die am Gypse vorkommt. Es ist das Hemiorthotyp, mit seinen beiden Hälften, das verticale Prisma und die verticale Endfläche, die zur horizontalen Diagonale gehört. Häufiger kommt die Krystallform Fig. 83. am Gypse vor und unterscheidet sich von der vorigen nur

dadurch, dass das Hemiorthotyp nur mit einer Hälfte, und zwar der negativen vorhanden ist. Die gewöhnlichste Combination des Augits ist in Fig. 84. abgebildet. Sie besteht aus dem verticalen Prisma, beiderlei Diagonalfächen und der positiven Hälfte des Hemiorthotypes. Fig. 85. stellt endlich eine Combination der beiden Diagonalfächen mit der basischen Fläche vor; auf die basische Fläche gestellt, würde diese Krystallgestalt schief stehen.

§. 13. Das anorthotype Krystallsystem.

Die Formen dieses Systemes besitzen drei ungleiche, schiefwinklig sich schneidende Axen, von denen eine zur Hauptaxe gewählt wird, so dass die anderen die Makro- und Brachydiagonale bilden.

Die Grundgestalt dieses Systemes heisst bei Mohs: Anorthotyp, bei Haidinger: Anorthoid, bei Naumann: Triklinoëdrische Pyramide.

Das **Anorthotyp** (Fig. 86.) ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken begränzt, von denen nur je zwei parallele einander gleich sind, also 4 verschiedene Paare bilden. Von den 12 Kanten sind nur je 2 gegenüberliegende gleich; die 6 vierflächigen Ecken sind sämtlich viererleikantig, und nur die entgegengesetzten gleich. Die Schnitte durch vier, in einer Ebene liegende Kanten, sind Rhomboide und zugleich Hauptschnitte, der eine davon ist die Basis. Die Hauptaxe steht schief gegen beide Diagonalen und diese schief gegen einander. Perpendikel von den Spitzen und Ecken auf betreffende Axen zeigen die Abweichungen der Axen an, welche zur Bestimmung eines Anorthotypes nothwendig sind.

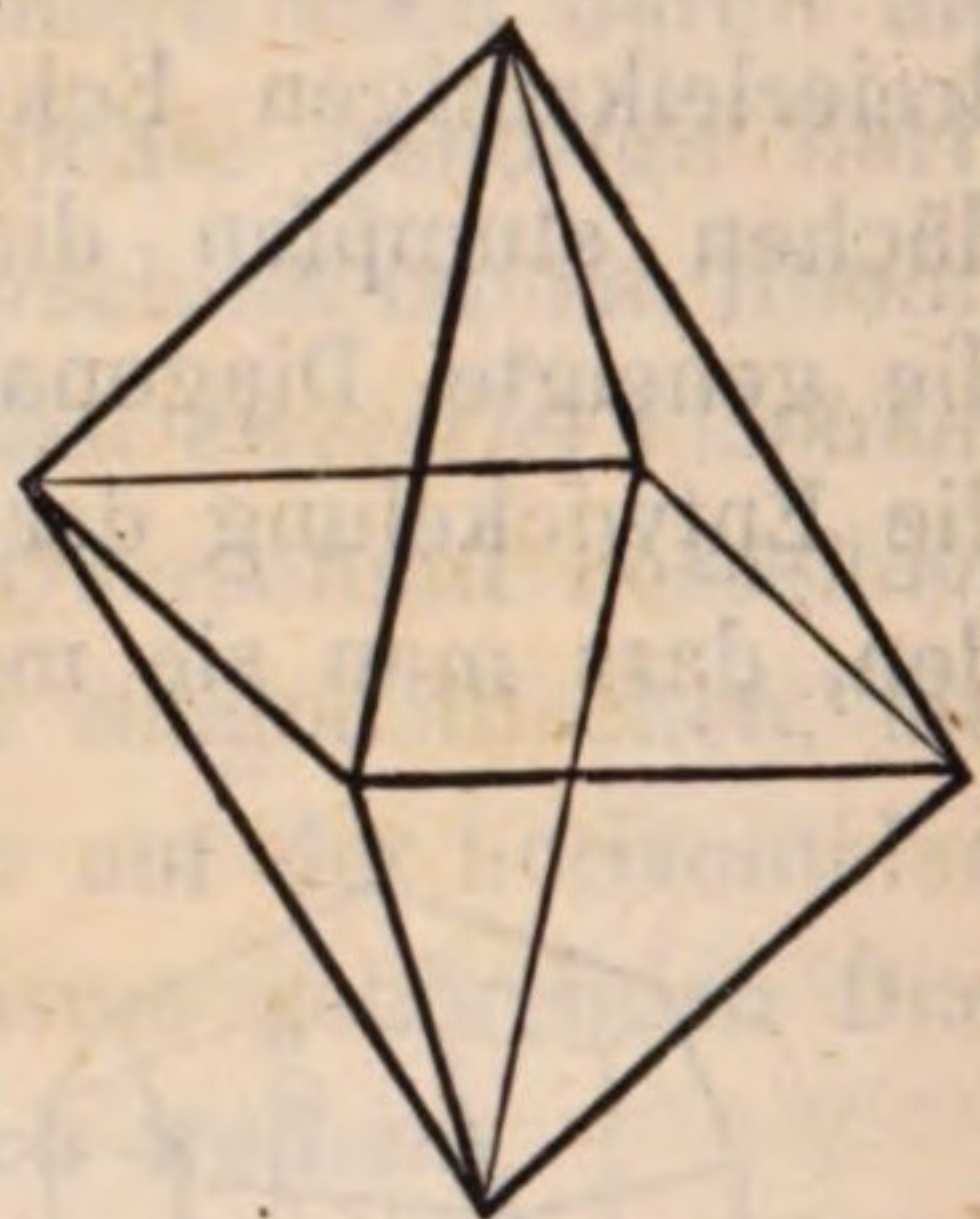


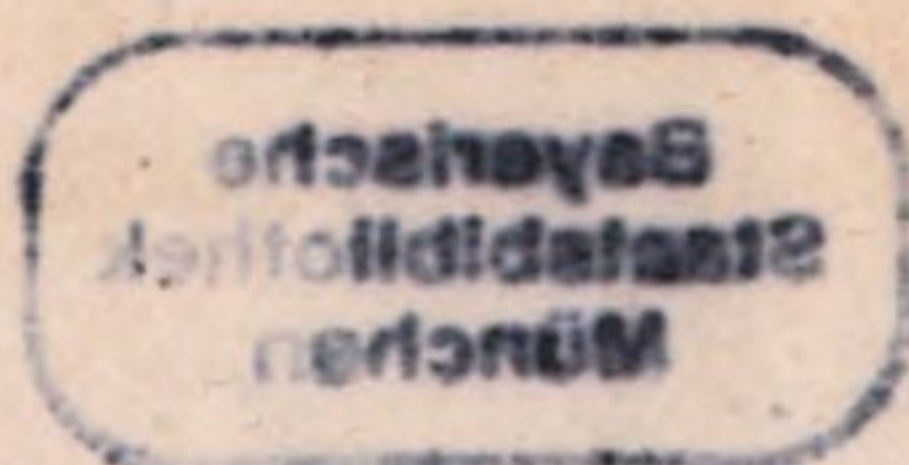
Fig. 86.

Das Anorthotyp ist eine zusammengesetzte Gestalt, und zwar aus 4 gleichen Viertelgestalten, zu deren jeder ein Paar gleicher Flächen gehören. Deshalb ist auch ein jedes Prisma dieses Systemes aus zwei halben Prismen zusammengesetzt, weil es zweierlei Flächen hat, von denen die gleichen je einer Hälfte angehören; die Querschnitte sämtlicher Prismen sind Rhomboide.

Diese Prismen kommen selten ganz, sondern meistens nur zur Hälfte, d. i. je 2 gleiche Flächen an Combinationen vor, und die Dia-

gonalflächen treffen die Diagonalen schief, desgleichen treten die Anorthotype mit Vierteln, d. i. mit je 2 gleichen parallelen Flächen auf, so dass durch den Zusammentritt mehrerer solcher Gestalten zuweilen Combinationen entstehen, die wenig Symmetrie zeigen, daher die Entwicklung derselben immer ziemlich schwierig ist.

Die Ableitung ist analog der vorigen und die Bezeichnung wie bei den Orthotypen, nur dass man die Viertelgestalten durch den Divisor 4 und durch r und l, d. i. rechts und links andeutet, so erhält man $+ r \frac{P+n}{4}$, $+ l \frac{P+n}{4}$, $- r \frac{P+n}{4}$, $- l \frac{P+n}{4}$, welche Bezeichnung auch bei der Darstellung der Reihen beibehalten wird.



Die Ableitung ist analog der vorigen und die Bezeichnung wie bei den Orthotypen, nur dass die Flächen durch den Index $\pm$ und durch r und l d. i. rechts und links angedeutet, so er-

Inhalt.

	Seite
§. 1. Krystalle. Krystallographie	1
§. 2. Begränzungselemente der Krystalle	2
Flächen	—
Die Kanten und ihre Messung	6
Die Ecken	8
§. 3. Die Schnitte	—
§. 4. Die Axen	9
§. 5. Die Stellung der Krystalle	10
§. 6. Die Beschreibung der Krystalle	—
§. 7. Die Krystallsysteme	11
§. 8. Das tessularische Krystallsystem	12
Beschreibung der holoëdrischen Krystallgestalten	14
Die hemiëdrischen Gestalten	23
Die Combinationen	30
§. 9. Das rhomboëdrische Krystallsystem	35
Die holoëdrischen Gestalten	—
Die diploëdrischen und hemiëdrischen Formen	38
Die Ableitung	40
Die Combinationen des rhomboëdrischen Systemes	45
§. 10. Das pyramidale Krystallsystem	47
Die Ableitung	50
Die Combinationen des pyramidalen Systemes	53
§. 11. Das orthotype Krystallsystem	55
Die Ableitung	56
Die orthotypen Combinationen	61
§. 12. Das hemiorthotype Krystallsystem	63
Die hemiorthotypen Combinationen	64
§. 13. Das anorthotype Krystallsystem	66



Pečírka, Josef,

Grundlinien der reinen Krystallographie eine Anleitung zum Studium der
mineralischen Krystallformen

Prag 1853

BHS II B 150 a

urn:nbn:de:bvb:12-bsb10706737-2